

# **TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Studijní program: B2612 – Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 2612R011 – Elektronické informační a řídicí systémy

## **Měření teplotního koeficientu elastické konstanty**

**$s_{11}^E$  pro piezoelektrickou keramiku**

**Measurement of the temperature coefficient  
of elastic stiffness  $s_{11}^E$  for piezoelectric ceramics**

## **Bakalářská práce**

Autor: **Mirka Francíková**

Vedoucí bakalářská práce: Doc. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.

Konzultant: Doc. Mgr. Lidmila Burianová, CSc.

**V Liberci 19. 5. 2006**

# TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Katedra: fyziky

Akademický rok: 2005/2006

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jméno a příjmení: Mirka Francíková

studijní program: B 2612 – Elektrotechnika a informatika

obor: 2612R011 – Elektronické informační a řídicí systémy

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona o vysokých školách č.111/1998 Sb. určuje tuto bakalářskou práci:

Název tématu: **Měření teplotního koeficientu elastické konstanty  $s_{11}^E$  pro piezoelektrickou keramiku**

Zásady pro vypracování:

1. Vlastnosti feroelektrických (piezoelektrických) keramik a jejich polarizace
2. Měření parametrů piezoelektrických keramických rezonátorů, náhradní obvod
3. Teplotní závislost rezonančního kmitočtu
4. Měření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu

Rozsah grafických prací: dle potřeby dokumentace

Rozsah průvodní zprávy: cca 40 stran

Seznam odborné literatury:

[1] J.Zelenka: Piezoelektrické rezonátory a jejich použití, Academia Praha 1983

[2] IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements on Piezoelectric Ceramics, Proceedings IRE 14.S1 (1961) 1161-1169

[3] J.Erhart: Piezoelektrické “chytré” materiály pro elektrotechniku, PZT keramika Elektro 11 (2002) 4-7

[4] M.Boudyš: Relations between Temperature Coefficients of Permittivity and Elastic Compliances in PZT Ceramics near the Morphotropic Phase Boundary, IEEE Trans. UFFC 38, 6 (1991) 569-571

Vedoucí bakalářské práce: Doc.Mgr.Jiří Erhart, Ph.D.

Konzultant: Doc.Mgr.Lidmila Burianová, CSc.

Zadání bakalářské práce: 27.10.2005

Termín odevzdání bakalářské práce: **19. 5. 2006**

L.S.

.....

Vedoucí katedry

.....

Děkan

V Liberci dne 27.10.2005

## **Prohlášení**

Byla jsem seznámena s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé bakalářské práce a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mé bakalářské práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědoma toho, že užít své bakalářské práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum:

Podpis:

Tímto bych chtěla poděkovat všem, kteří mi s bakalářskou prací pomáhali. Především pak vedoucímu bakalářské práce Doc. Mgr. Jiřímu Erhartovi, Ph.D., za věnovaný čas, odborné vedení a trpělivost při konzultacích a podnětné rady, bez nichž by tato práce nemohla vzniknout.

## Abstrakt

Cílem bakalářské práce je stanovení teplotního koeficientu elastické konstanty  $s_{11}^E$  pro piezoelektrickou keramiku. Zprvu je práce zaměřena na vlastnosti feroelektrických (piezoelektrických) keramik a jejich polarizace. Poté jsou popsány parametry keramických rezonátorů a jejich náhradní obvod. Při samotném měření se sledují závislosti rezonančních a antirezonančních kmitočtů na teplotě. Z naměřených údajů jsou potom vykresleny grafy a z nich stanoveny teplotní koeficienty rezonanční a antirezonanční frekvence, elastické konstanty  $s_{11}^E$ , koeficientu elektromechanické vazby  $k_{31}$  pro různé typy piezoelektrických keramik. Z hodnot teplotního koeficientu rezonanční frekvence je potom vypočten teplotní koeficient elastické konstanty  $s_{11}^E$  podruhé. Závěr se zabývá porovnáním výsledků jednotlivých typů keramik a porovnává naměřené hodnoty s údaji poskytnutými výrobcem.

**Klíčová slova:** teplotní koeficient, elastická konstanta  $s_{11}^E$ , koeficient elektromechanické vazby  $k_{31}$ , rezonátor, piezoelektrická keramika

## Abstract

Temperature coefficient of elastic stiffness  $s_{11}^E$  for piezoelectric ceramics is the main aim of this bachelor thesis. The work is focused on fundamental properties of ferroelectric (piezoelectric) ceramics and their poling at first. Further the description of parameters of ceramic resonators and their equivalent electrical circuit are described. Temperature dependences of the resonance and antiresonance frequencies are measured. The graphs were depicted from measured values. The temperature coefficients of resonance and antiresonance frequencies, elastic stiffness  $s_{11}^E$ , electromechanical coupling coefficient  $k_{31}$ , for different types of piezoelectric ceramics were gained from the graphs. Calculation of the temperature coefficient for elastic stiffness  $s_{11}^E$  is based on the temperature coefficient of resonance frequency. Finally, results of our measurements for different ceramics types are compared, including values supplied from manufacturer.

**Keywords:** temperature coefficient, elastic stiffness  $s_{11}^E$ , resonators, electromechanical coupling factor  $k_{31}$ , piezoelectric ceramics

# Obsah

<b>Abstrakt.....</b>	<b>6</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>6</b>
<b>Obsah.....</b>	<b>7</b>
<b>Seznam použitých zkratek.....</b>	<b>8</b>
<b>Seznam použitých symbolů .....</b>	<b>9</b>
<b>1. Úvod .....</b>	<b>11</b>
1.1 Piezoelektrický jev.....	11
1.2 Piezoelektrická keramika PZT .....	13
<b>2. Měření parametrů piezoelektrických keramických rezonátorů a     náhradní obvod.....</b>	<b>17</b>
2.1 Piezokeramický rezonátor a jeho náhradní obvod.....	17
2.2 Definice základních veličin .....	21
2.3 Podélné kmity tenké tyčinky s el. polem kolmo na výchylku kmitu .....	23
<b>3. Teplotní závislost rezonančního kmitočtu .....</b>	<b>29</b>
3.1 Vyjádření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu .....	29
<b>4. Měření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu .....</b>	<b>31</b>
4.1 Měření parametrů PZT rezonátorů .....	31
4.2 Naměřené a vypočtené hodnoty.....	32
<b>5. Diskuze a závěr .....</b>	<b>41</b>
<b>Příloha A .....</b>	<b>43</b>
<b>Příloha B.....</b>	<b>49</b>
<b>Použitá literatura.....</b>	<b>53</b>

## Seznam použitých zkratek

APC	American Piezo Ceramics Inc.
MPB	Morphotropic Phase Boundary - morfotropní fázová hranice
PT	$\text{PbTiO}_3$ - titaničitan olova
PZ	$\text{PbZrO}_3$ - zirkoničitan olova
PZT	$\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$ - piezoelektrická keramika



## Seznam použitých symbolů

$a$	tloušťka materiálu
$A, B$	konstanty
$C_0$	statická kapacita piezoelektrického rezonátoru
$C_h$	kapacita náhradního elektrického obvodu
$D_i$	vektor elektrické indukce, vektor elektrické posunutí
$d_{ijk}, d_{i\lambda}, d_{i\mu}$	složky nábojového tenzoru piezoelektrického koeficientu
$E_i$	vektor intenzity elektrického pole
$f_a$	antirezonanční frekvence
$f_p$	paralelní rezonanční frekvence
$f_r$	rezonanční frekvence
$f_{r0}$	rezonanční frekvence při teplotě $\Theta_0$
$f_s$	sériová rezonanční frekvence
$I_p$	posuvný proud
$k_{i\lambda}$	koeficient elektromechanické vazby
$l$	délka materiálu
$L_h$	indukčnost náhradního elektrického obvodu
$Q_h$	činitel jakosti náhradního elektrického obvodu
$R_h$	odpor náhradního elektrického obvodu
$R^2$	koeficient determinace, hodnota spolehlivosti
$s_{\mu\lambda}^E$	elastických koeficient při konstantním elektrickém poli
$S_\lambda$	tenzor deformace
$\tan\delta$	dielektrický disipační faktor
$TK(x)$	teplotní koeficient veličiny $x$
$T_\lambda$	tenzor elastického napětí
$U$	napětí
$v$	rychlost šíření vlny
$w$	šířka materiálu
$X_h$	reaktance náhradního elektrického obvodu

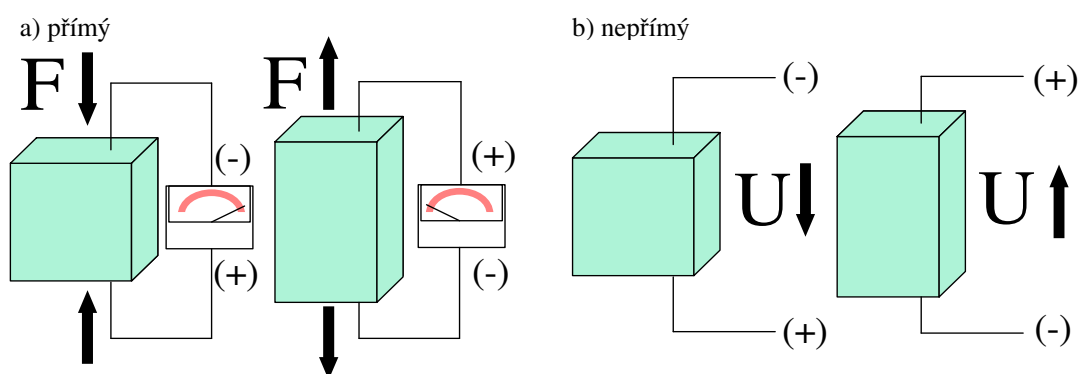
$x_1, x_2, x_3$	souřadnice obecného bodu
$Z$	impedance
$Z_h$	impedance náhradního elektrického obvodu
$\alpha_{ij}$	tenzor délkové roztažnosti
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_{ij}$	tenzor permitivity
$\epsilon^S_{ij}$	tenzor upnuté permitivity
$\epsilon^T_{ij}$	tenzor volné permitivity
$\Theta$	teplota
$\rho$	hustota látky
$\omega_{ha}$	úhlová antirezonanční frekvence s nulovou hodnotou reaktance
$\omega_{hm}$	úhlová frekvence s minimální hodnotou impedance
$\omega_{hn}$	úhlová frekvence s maximální hodnotou impedance
$\omega_{hp}$	úhlová paralelní rezonanční frekvence
$\omega_{hr}$	úhlová rezonanční frekvence s nulovou hodnotou reaktance
$\omega_{hs}$	úhlová sériová rezonanční frekvence

# 1. Úvod

## 1.1 Piezoelektrický jev

Roku 1880 objevili bratři Jacques a Pierre Currieové povrchové náboje na krystalu turmalínu. Náboje vznikly stlačením krystalu v určitých směrech, tento jev nazvali přímým piezoelektrickým jevem. O rok později experimentálně potvrdili existenci nepřímého piezoelektrického jevu a zjistili, že piezoelektrický jev vykazují i další krystaly, např. krystal křemene, soli kyseliny vinné a dalších. V roce 1921 byla nalezena další kategorie materiálů [1] a to feroelektrických, která rovněž vykazuje piezoelektrické vlastnosti. V průběhu druhé světové války bylo zjištěno, že určité keramické materiály, vytvořené spékáním oxidů kovů, mají až 100× větší dielektrické konstanty (např. permitivitu) než samotné krystaly. Snadno vyrobitelná keramika s dobrými vlastnostmi zavdala příčinu k intenzivnímu výzkumu a vývoji. Díky vytrvalému úsilí byla po mnoha letech objevena spolu s dalšími i keramika PZT.

Nejlépe vystihuje přímý piezoelektrický jev [2] obrázek 1.1(a), na němž vidíme, že deformace piezoelektrika vyvolá elektrické napětí. Na obrázku 1.1(b) je znázorněn nepřímý piezoelektrický jev, kde je deformace piezoelektrika způsobena přiložením elektrického napětí.



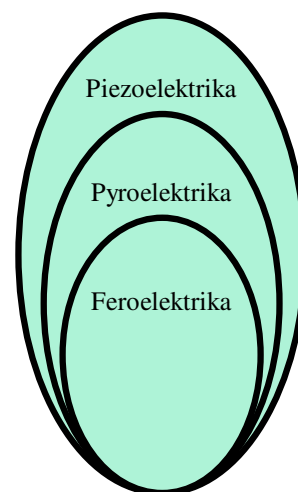
Obr. 1.1 - piezoelektrický jev

- a) Elektrické napětí je generováno deformací piezoelektrika
- b) Deformace piezoelektrika je zapříčiněna působením elektrického napětí

Vyvolání elektrického náboje na opačných stranách polárních os, můžeme docílit namísto mechanického stlačení krystalu změnou jeho teploty. Takový jev se nazývá pyroelektrický. Při změně teploty se poruší na povrchu pyroelektrického tělesa oboustranná kompenzace nosičů volného a vázaného náboje. Opačným jevem k pyroelektrickému je jev elektrokalorický, kdy změnou polarizace elektrickým polem dosáhneme změny teploty.

Feroelektrické látky se vyznačují vnitřní spontánní elektrickou polarizací s možností existence doménové struktury a změny směru samovolné elektrické polarizace působením vnějšího elektrického pole. Takové chování můžeme popsat jako feroelektrický jev.

Krystalické materiály, které mají vykazovat piezoelektrický jev, nesmí mít střed symetrie. Z možných třiceti dvou krystalových tříd jich této podmínce vyhovuje dvacet jedna, do níž je zahrnuta i třída 432, která však piezoelektrický jev, díky symetrickému rozložení prvků, nevykazuje. Pyroelektrický jev je podmíněn jedinou polární osou - to splňuje z předchozích dvaceti jen deset krystalových tříd. Feroelektrický jev můžeme pozorovat pro symetrie všech pyroelektrických tříd pokud existuje spontánní polarizace. Na obrázku 1.2 je zobrazena hierarchie piezoelektrických, pyroelektrických a feroelektrických látek.



Obrázek 1.2 – hierarchie kategorií

Piezoelektrická keramika na bázi tuhých roztoků oxidů kovů umožňuje využití piezoelektrického jevu i jevu inverzního v mnoha nových aplikacích. Většinou jsou tyto materiály chemicky netečné a fyzikálně odolné a navíc i jejich výroba bývá finančně nenáročná. Piezoelektrickou keramiku lze při výrobě přizpůsobit jejímu budoucímu účelu nejen tvarem, ale i rozměry nebo složením. V současné době jsou nejvíce využívány tuhé roztoky zirkoničitanu a titaničitanu olovnatého  $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$ , tzv. keramika „PZT“, kterou charakterizuje větší citlivost a vyšší provozní teplota než u jiných vyráběných keramik.

Piezoelektrické materiály byly modifikovány pro rozsáhlé množství aplikací. Využívají se kupříkladu jako senzory tlaku a nebo zrychlení, které převedou na elektrický signál, generátory, jenž indukují dostatečné napětí, našly uplatnění jako zapalovače paliva, nebo měniče elektrické energie na mechanické vibrace (ultrazvuk).

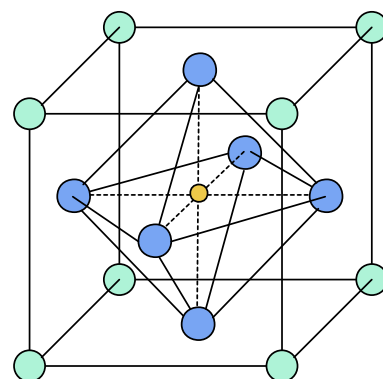
Jedním z nejdůležitějších uplatnění piezoelektrické keramiky je stabilizace kmitočtu přesných zdrojů času a frekvence nebo frekvenčních filtrů - použita je zde jako piezoelektrický rezonátor. Pod pojmem piezoelektrický rezonátor [3] si můžeme představit např. tyčinku z piezoelektrického materiálu vybavenou dvěma nebo více

elektrodami, na něž připojíme harmonické napětí, podle kterého pak bude tyčinka kmitat v blízkosti své rezonance. Piezoelektrický rezonátor je využíván především jako obvodový prvek ve vysokofrekvenční elektronice.

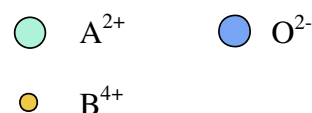
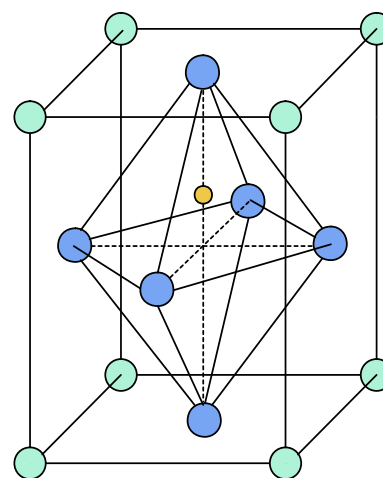
## 1.2 Piezoelektrická keramika PZT

PZT [4] je složena z tuhých roztoků  $\text{PbZrO}_3$  (PZ) a  $\text{PbTiO}_3$  (PT), a to nejčastěji v poměru 52 % PT a 48 % PZ; jedná se o polykrystalický feroelektrický materiál s perovskitovou strukturou. Základní buňkou perovskitovské struktury je  $\text{A}^{2+}\text{B}^{4+}\text{O}_3^{2-}$ , kde A představuje dvojmocné ionty kovu, jakými jsou například baryum či olovo a B čtyřmocné ionty kovu, tedy zirkon nebo titan.

Jedním z důležitých parametrů pro použití keramiky PZT je tzv. kritická (Curieova) teplota, při níž dojde k přechodu z feroelektrické do para-elektrické (v tomto případě nepiezoelektrické) fáze. Curieova teplota je závislá na materiálu piezoelektrika; v případě keramiky PZT se zpravidla pohybuje od 150 °C do 360 °C. Nad touto teplotou vykazují krystaly v PZT jednoduchou kubickou symetrii (obr. 1.3). Taková struktura je symetrická dle středu, a to s náhodnými kladně, případně záporně nabitými místy v materiálu (nejsou zastoupeny dipóly). Na obrázku 1.4 je zobrazena situace pod Curieovou teplotou, kde není tepelná energie dostačující pro udržení iontu  $\text{B}^{4+}$  v centrální poloze a navíc svoji pozici změní i ionty  $\text{A}^{2+}$ . Celé krystaly se potom seskupují do tetragonální symetrie, ve které každá elementární buňka vytvoří dipól. Výsledný dipólový moment (polarizace) tělesa je však nulový, protože momenty elektrických dipólů jsou rozloženy nepravidelně.



Obr.1.3 - kubická symetrie elementární jednotky

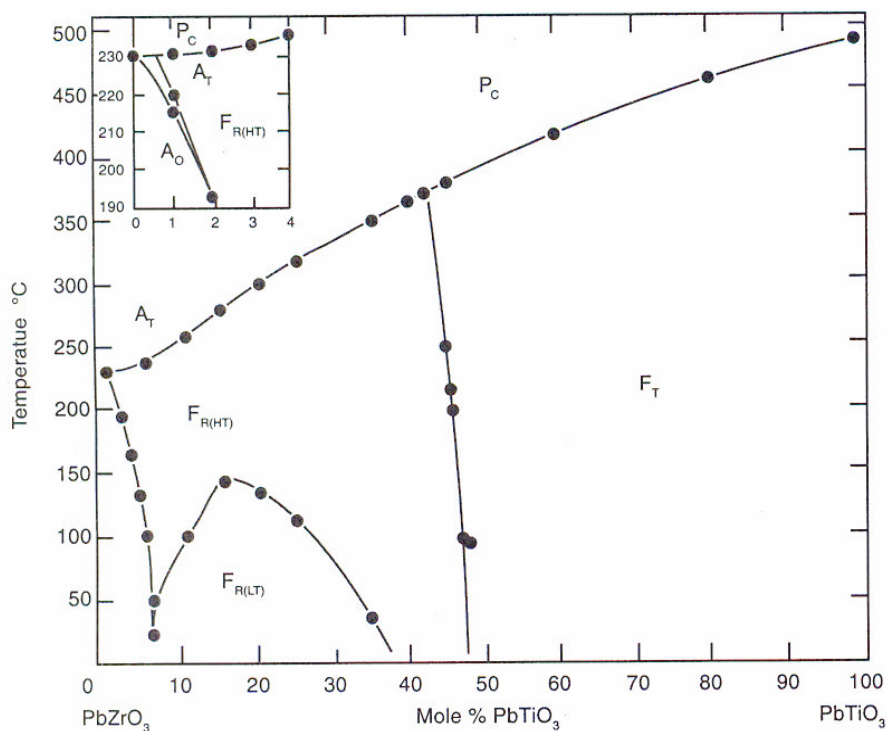


Obr.1.4 - tetragonální symetrie elementární jednotky

Na stavovém diagramu pro systém PZT (obr. 1.5) nalezneme morfotropní fázovou hranici (MPB) kolem koncentrace 48 % PZ. MPB [4] je oblast chemických složení tuhých roztoků, kdy v širokém teplotním rozsahu existují společně dvě fáze a při aplikaci se není třeba obávat fázových přechodů měnících symetrii materiálu. Chemické složení PZT v blízkosti MPB se projevuje také extrémními hodnotami materiálových vlastností. Keramika PZT s chemickým složením v okolí MPB je dobře polarizovatelná, protože umožňuje čtrnáct možných orientací spontánní polarizace.

Všechny dipóly v nejbližším okolí, jejichž ionty se vychýlí přibližně stejným směrem, vytvoří oblast zvanou doména. Doména má nejen dipólový moment, ale i polarizaci, jejíž směr se mezi sousedními doménami může lišit nejčastěji o  $90^\circ$  nebo  $180^\circ$ . Domény mívají obvykle lamelový tvar a nalezneme je uvnitř zrn velkých několik mikrometrů, které tvoří keramiku PZT. Díky náhodnému rozložení zrn v materiálu není před polarizací PZT keramika piezoelektrická.

K polarizaci se využívá působení dostatečně intenzivního elektrického pole, při jehož přiložení usiluje spontánní polarizace zrn o co nejmenší úhel se směrem polarizačního pole. Doménové stěny, které mají vektor polarizace shodný, nebo podobný s polarizačním polem, se pak rozšiřují na úkor ostatních a dochází mezi nimi k me-

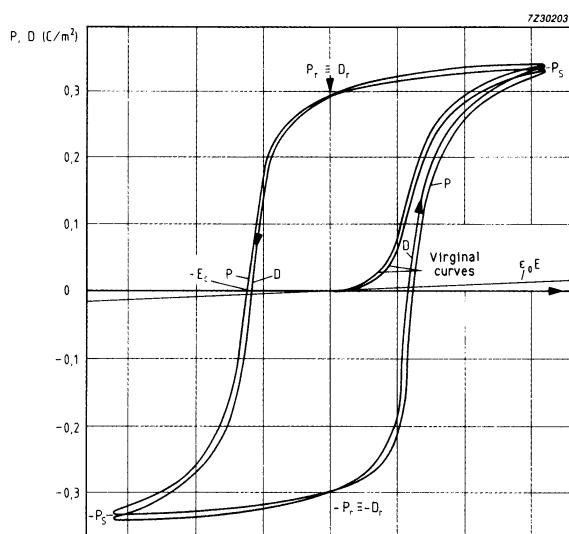


Obr. 1.5 - stavový diagram systému PZT, převzato z [4]

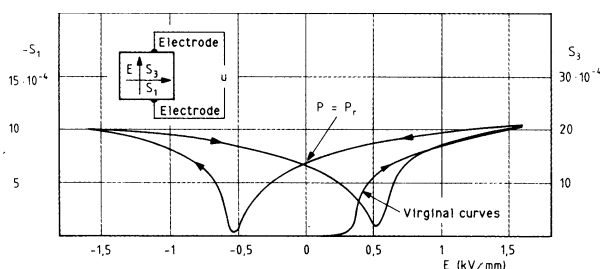
chanickému působení, které může způsobit praskání keramiky. Velikost elektrického pole užívaného k polarizaci PZT keramiky je závislá na typu keramiky; pohybuje se obvykle od 2 kV/mm do 4 kV/mm, přičemž elektrická pevnost samotné keramiky je přibližně 5 kV/mm. Polarizaci některých typů keramik PZT může ulehčit zvýšená teplota, která ovlivňuje pohyblivost doménových stěn.

Naproti polarizaci se můžeme setkat s depolarizací, kterou vyvolá elektrické pole, mechanické namáhání či teplota. Při vystavení prvku silnému elektrickému poli opačné polarity než původnímu polarizačnímu, může dojít k depolarizaci při 200V/mm až 500V/mm. Mechanická depolarizace se dostaví, když tlak mechanického původu na prvek naruší orientaci domén a tím způsobí i zánik elementárních dipólů. Bezpečné limity tlaků vyvíjené na prvek výrazně závisí na jeho složení. Při zvyšování teploty dochází k nárůstu vnitřní energie a po přesažení kritické teploty zanikají elementární dipóly. Snížením teploty pod Curieovu dojde k transformaci elementárních buněk

(vzniknou tedy i elementární dipóly), ale jejich orientace bude rozdílná od původní. Vhodné provozní teploty se pohybují přibližně v polovině rozmezí od 0 °C do kritické teploty. Velmi často dochází k nevratným změnám i při částečné depolarizaci, která může znemožnit správnou činnost daného prvku.



Obr.1.6 –hysterezní smyčka – přejato z [2]



Obr 1.7 – vzájemná závislost deformace a intenzity el. pole, přejato z [2]

Obrázek 1.6 zachycuje závislost polarizace  $P$  a elektrické intenzity  $E$ . Je na něm také jasně zřetelná saturace polarizace. S rostoucí intenzitou pole již polarizace nevzrůstá. Ploše hysterezní smyčky odpovídají ztráty úměrné energii potřebné na ohřátí materiálu za jednu periodu. Spontánní polarizace je spojena vždy se spontánní deformací tělesa. Tato situ-

ace je znázorněna (obrázek 1.7) závislostí mezi deformací  $S$  a intenzitou elektrického pole  $E$ .

Podstatného ovlivnění materiálových vlastností PZT keramiky lze dosáhnout přidáním malého množství vhodné příměsi. Měkké „soft“ keramiky bývají dopovány např. pětičetným iontem niobu a vyznačují se především snadno pohyblivými doménovými stěnami (snazší polarizace), větší permitivitou a též širší hysterézní smyčkou. Měkké keramiky bývají používány především jako aktuátory a senzory. Příměsí tvrdé „hard“ keramiky mohou být dvoj- a trojčetné ionty, např. manganu či železa. Domény tvrdé keramiky jsou do sebe zaklesnuty a proto je pohyblivost stěn malá. Tvrdá keramika se vyznačuje nižšími ztrátami, malou plochou hysterézní smyčky a menší permitivitou a s uplatněním jako generátor ultrazvuku či rezonátor.

PZT keramika se vyrábí metodami práškové metalurgie [5]. Nejdříve se v kulových mlýnech semelou a smíchají surové materiály. Směs se zahřívá asi na 75 % spékací teploty, kdy proběhne chemická reakce na tuhý roztok a opět následuje další mletí. Při velikosti zrn v jednotkách mikrometrů je materiál připraven k dalšímu formování a to lisováním, extrudováním či metodami tape-casting. Při teplotách 1200 °C-1300 °C se pojivo vypaluje a docílí se zvětšení hustoty a zmenšení velikosti pórů. Nanášení elektrod (např. napařováním Au či Pt) se provádí až po konečném strojovém opracování.

V našem případě byly pro měření použity materiály APC840, APC841, APC880, které můžeme označit za tvrdou keramiku; APC850 je měkká keramika a prvek APC856, který nazveme „very soft“, tedy velmi měkkou keramikou.



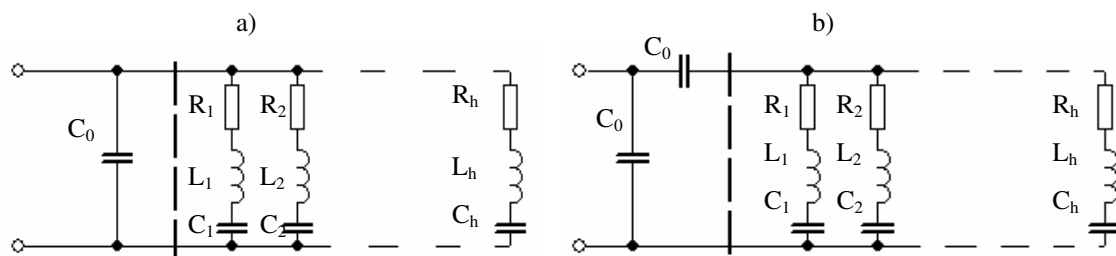
## 2. Měření parametrů piezoelektrických keramických rezonátorů a náhradní obvod

### 2.1 Piezokeramický rezonátor a jeho náhradní obvod

Přiložením harmonického napětí na elektrody piezoelektrického rezonátoru dojde v důsledku inverzního piezoelektrického jevu k deformacím prvku. Ten se rozkmitá vynucenými mechanickými kmity; může se jednat o celou řadu jednoduchých, či vzájemně vázaných typů a řádů kmitů. Nejčastěji se z kmitů, a tím i jejich odpovídajících rezonančních frekvencí, využívá jen jeden. Tvar i uchycení rezonátoru jsou přizpůsobeny tomu, aby využívaný typ kmitů byl co nejméně ovlivňován působením ostatních a zároveň, aby parametry elektrického náhradního obvodu plně vyhovovaly potřebám daných aplikací.

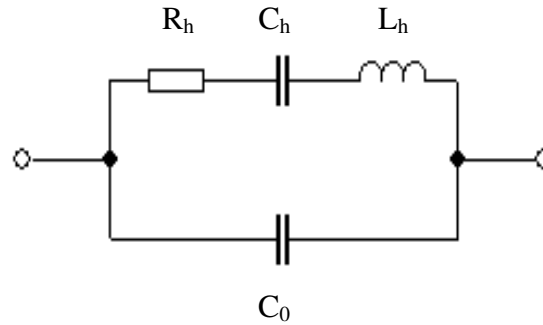
Kmitající rezonátor [6] představuje oscilační obvod s elastickými a elektrickými vlastnostmi. Frekvence, u níž dosáhneme nejvyšší amplitudy, se nazývá rezonanční. Při této frekvenci vzorek kmitá s nulovou fází a poblíž minima impedance, čímž dochází k neefektivnější přeměně elektrické energie na mechanickou. S rostoucí frekvencí vzrůstá i impedance až na své maximum, kterého dosáhne při frekvenci blízké antirezonanční frekvence. Pro všechny typy kmitů mohou, vyjma základní rezonanční frekvence, existovat i vyšší harmonické rezonance, které často bývají jen prostými násobky základní rezonanční frekvence.

Piezoelektrický keramický rezonátor se projevuje jako elektrický dvojpól, využívající elastické, dielektrické a piezoelektrické materiálové vlastnosti. V okolí rezonanční frekvence můžeme použít zjednodušený náhradní obvod – jedná se o sériový rezonanční obvod s paralelní vazbou statické kapacity  $C_0$ . (obrázek 2.2) Vzhledem k rezonančním frekvencím je vhodné, pro kompletní vyjádření elektrického chování



Obr. 2.1 -náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru s paralelně řazenými sériovými členy  $R_h$ ,  $L_h$ ,  $C_h$

rezonátoru, doplnit zjednodušený náhradní obvod s paralelně řazenými sériovými členy  $R_h, L_h, C_h$ , které představují zbývající kmity všech řádů a typů ve spektru rezonátoru (obrázky 2.1.a a 2.1.b). Zpravidla se však zajímáme o chování piezoelektrického rezonátoru v okolí jen jediné vyhrazené  $h$ -té rezonance.



Obr. 2.2 -náhradní elektrický obvod PZT rezonátoru [7]

### Měření parametrů piezoelektrických keramických rezonátorů

Ze zapojení náhradního obvodu (obrázek 2.2) lze odvodit frekvenčně závislou impedanci

$$Z_h(\omega) = \frac{\omega L_h - \frac{1}{\omega C_h} - jR_h}{\omega C_0 R_h + j \left[ \omega C_0 \left( \omega L_h - \frac{1}{\omega C_h} \right) - 1 \right]} \quad (2.2.1)$$

Předchozí vztah rozložíme na reálnou část

$$R_h(\omega) = \frac{R_h \frac{C_h^2}{C_0^2}}{(\omega C_h R_h)^2 + \left( 1 + \frac{C_h}{C_0} - \omega^2 C_h L_h \right)^2} \quad (2.2.2)$$

a imaginární část

$$X_h(\omega) = \frac{1}{\omega C_0} \frac{(\omega C_h R_h)^2 + (1 - \omega^2 C_h L_h) \left( 1 + \frac{C_h}{C_0} - \omega^2 C_h L_h \right)}{(\omega C_h R_h)^2 + \left( 1 + \frac{C_h}{C_0} - \omega^2 C_h L_h \right)^2} \quad (2.2.3)$$

Při zavedení sériového rezonančního kmitočtu

$$\omega_{hs} = \sqrt{(L_h C_h)}^{-1}, \quad (2.2.4)$$

paralelního rezonančního kmitočtu

$$\omega_{hp} = \sqrt{\left(L_h \frac{C_0 C_h}{C_0 + C_h}\right)}^{-1} = \omega_{hs} \sqrt{\left(1 + \frac{C_h}{C_0}\right)} \quad (2.2.5)$$

a činitele jakosti

$$Q_h = \frac{\omega_{hs} L_h}{R_h} \quad (2.2.6)$$

získáme vztah pro reálnou část

$$R_h(\omega) = \frac{1}{\omega C_0} \frac{C_h}{C_0} \frac{\frac{\omega}{\omega_{hs}} \frac{1}{Q_h}}{\left(\frac{\omega}{\omega_{hs}} \frac{1}{Q_h}\right)^2 + \left(\frac{\omega^2 - \omega_{hp}^2}{\omega_{hs}^2}\right)^2} \quad (2.2.7)$$

a imaginární část

$$X_h(\omega) = \frac{1}{\omega C_0} \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_{hs}} \frac{1}{Q_h}\right)^2 - \left(\frac{\omega^2}{\omega_{hs}^2} - 1\right) \left(\frac{\omega^2 - \omega_{hp}^2}{\omega_{hs}^2}\right)}{\left(\frac{\omega}{\omega_{hs}} \frac{1}{Q_h}\right)^2 + \left(\frac{\omega^2 - \omega_{hp}^2}{\omega_{hs}^2}\right)^2} \quad (2.2.8)$$

Kmitá-li rezonátor rezonanční frekvencí, je frekvence shodná se sériovou rezonanční frekvencí větve  $R_h$ ,  $L_h$ ,  $C_h$  (2.2.4), jeho reaktance (2.2.3 nebo 2.2.8) je nulová a hodnota impedance (2.2.1) dosahuje výlučně reálného charakteru (2.2.2 nebo 2.2.7). Kmitá-li při antirezonanční frekvenci, je jeho reaktance nulová podruhé. Obrázek 2.3 znázorňuje impedanci náhradního elektrického obvodu piezoelektrického rezonátoru v komplexní rovině a to i s několika typickými frekvencemi:

$\omega_{hs}$  úhlová sériová rezonanční frekvence

$\omega_{hp}$  úhlová paralelní rezonanční frekvence

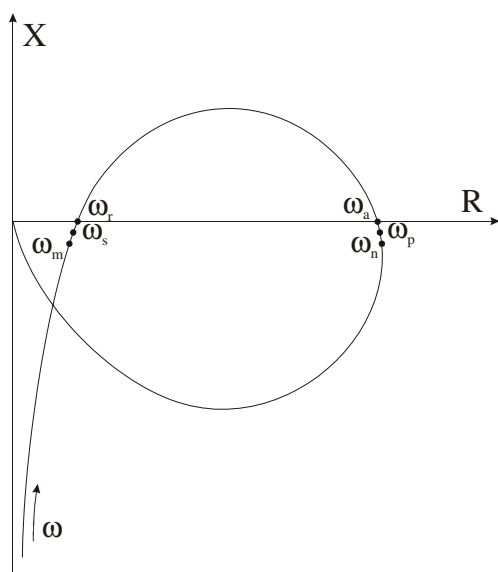
$\omega_{hm}$  úhlová frekvence s minimální hodnotou impedance

$\omega_{hn}$  úhlová frekvence s maximální hodnotou impedance

$\omega_{hr}$  úhlová rezonanční frekvence s nulovou hodnotou reaktance

$\omega_{ha}$  úhlová antirezonanční frekvence s nulovou hodnotou reaktance

Pokud dochází k malému tlumení obvodu jsou frekvence  $\omega_{hm}$ ,  $\omega_{hs}$ ,  $\omega_{hr}$ , podobně je tomu i s frekvencemi  $\omega_{ha}$ ,  $\omega_{hp}$ ,  $\omega_{hn}$ .



Obr. 2.3 - impedance PZT rezonátoru s několika typickými frekvencemi v komplexní rovině

## 2.2 Definice základních veličin

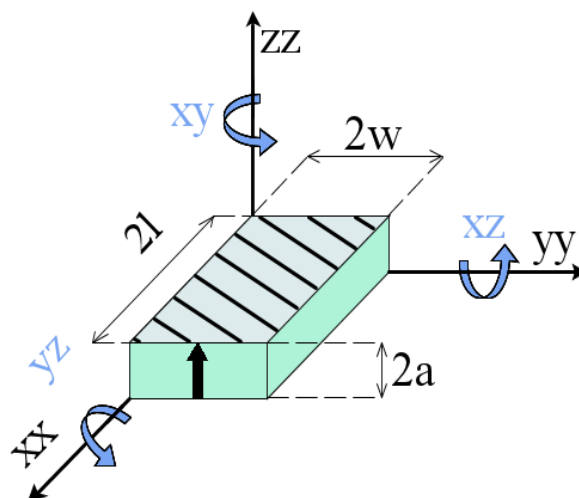
Při omezení chování piezoelektrické látky výhradně na lineární, lze piezoelektrické jevy popsat těmito lineárními stavovými rovnicemi:

jev přímý:

$$D_i = d_{i\mu} T_\mu + \epsilon_{ij}^T E_j \quad (2.3.1)$$

jev nepřímý:

$$S_\lambda = s_{\lambda\mu}^E T_\mu + d_{j\lambda} E_j \quad (2.3.2)$$



Rovnice 2.3.1 a 2.3.2 lze graficky interpretovat v pravotočivé ortogonální soustavě souřadnic na obrázku 2.4. Vektor polarizace je rovnoběžný s kladným směrem osy zz. V tabulce (obr. 2.5) jsou uvedena čísla, která byla přiřazena jednotlivým směrům a smykovým rovinám:

XX	YY	ZZ	YZ,ZY	XZ,ZY	XY,YX
11	22	33	23,32	13,31	12,21
1	2	3	4	5	6

Obr. 2.5 - tabulka přiřazení čísel ke směrům a smykovým rovinám

Veličiny deformace  $S_\lambda$  a elastického napětí  $T_\lambda$  jsou tenzory. Pro  $\lambda = 4, 5, 6$  značí roviny, v nichž existují deformace nebo elastická napětí. Veličiny intenzity pole  $E_i$  a posunutí  $D_i$  jsou vektory.

$$(S_\lambda) = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} \quad (2.3.3)$$

$$(T_\lambda) = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} \quad (2.3.4)$$

$$(E_i) = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (2.3.5) \quad (D_i) = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} \quad (2.3.6)$$

Matice tenzoru elastických konstant, které určují poměr deformace k elastickému napětí, má tvar

$$(s_{\lambda\mu}) = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix} \quad (2.3.7)$$

Elastickou konstantu  $s_{66}$  lze vyjádřit vztahem:  $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$ .

Symbolem  $\epsilon_{ij}$  je označen tenzor permitivity, který vyjadřuje poměr elektrického posunutí (jeho směr je zastoupen indexem i) k intenzitě elektrického pole (směr, ke kterému jsou elektrody kolmé, je vyjádřen indexem j).

$$(\epsilon_{ij}) = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (2.3.8)$$

Tenzor piezoelektrických konstant vyjadřující poměr elektrického posunutí a elastického napětí nebo poměr deformace a intenzity elektrického pole je označen symbolem  $d_{i\mu}$ .

$$(d_{i\mu}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3.9)$$

V rovnici 2.3.2 je použita transponovaná matice  $d_{j\lambda}$

$$(d_{j\lambda}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3.10)$$

Činitel elektromechanické vazby  $k_{i\lambda}$  je ukazatelem účinnosti s jakou piezoelektrický materiál přeměňuje mechanickou energii na elektrickou nebo elektrickou energii na mechanickou. Zpravidla se jeho hodnota pro PZT keramiku pohybuje od 30 % do 75 %. Označuje se většinou dvěma indexy ( i když se nejedná o tenzor), kde první z nich určuje směr elektrické energie a druhý směr mechanického působení. Dielektrickou ztrátu popisuje dielektrický disipační faktor  $\tan\delta$  (viz hysterezní smyčka, obr. 1.6). Charakteristické hodnoty závisí na typu PZT keramiky, pohybují se mezi 0,5 % - 2,5 %.

### 2.3 Podélné kmity tenké tyčinky s elektrickým polem kolmo na výchylku kmitu

U rezonátoru tvaru tyčinky [3] převládá délka tyčinky značně nad její šířkou a tloušťkou. Při tomto geometrickém uspořádání rezonátoru předurčuje nejvýhodnější směr šíření elastických vln ve směru převládajícího geometrického rozměru, tj. délky tyčinky. Je také nutné splnit podmínky geometrie rezonátoru pro tvar tyčinky.

V tomto uspořádání se jedná o podélný typ kmitů, které neovlivňují charakter kmitů piezoelektrickými konstantami materiálu. Rezonanční frekvence podélných kmitů tyčinky je stanovena její délkou, hustotou a elastickými vlastnostmi keramického materiálu.

Odvození rezonanční frekvence podélných kmitů (obr.2.4):

použití stavových rovnic

$$D_3 = d_{31}T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (2.4.1)$$

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (2.4.2)$$

při okrajových podmínkách

$$x_1 = 0 \quad T_1 = 0 \quad (2.4.3)$$

$$x_1 = 2l \quad T_1 = 0 \quad (2.4.4)$$

napětí na elektrodách

$$\left. \begin{array}{l} x_3 = 0 \\ x_3 = 2a \end{array} \right\} E_3 = \frac{U}{2a} e^{j\omega t} \quad (2.4.5)$$

podélné mechanické napětí na začátku a na konci tyčinky je nulové.

Pohybová rovnice (vlastních) kmitů kontinua ve tvaru

$$T_{1,1} = \rho \ddot{u}_1 \quad (2.4.6),$$

a z Maxwellovy rovnice, kde  $D_{3,3} = 0$  a elektrická indukce závisí jen na souřadnici 3 (aproximace tenké tyčinky).

Z rovnice (2.4.2) vyjádříme mechanické napětí  $T_1$  a dosadíme jej do rovnice kmitů (2.4.6)

$$T_1 = \frac{1}{s_{11}^E} u_{1,1} - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3 \quad (2.4.7)$$

Pohybovou rovnici kmitů upravíme do tvaru

$$\ddot{u}_1 = \frac{1}{\rho s_{11}^E} u_{1,11} \quad (2.4.8)$$

což je vlnová rovnice

$$u_{1,11} - \frac{1}{v^2} \ddot{u}_1 = 0 \quad (2.4.9),$$

kde „v“ je rychlost šíření vlny a můžeme ji vyjádřit

$$v^2 = \frac{1}{\rho s_{11}^E} \quad (2.4.10)$$

Posunutí je lineární kombinací řešení homogenní vlnové rovnice, jedná se o popis posunutí v závislosti na čase a na obecném bodě  $x_1$



$$u_1(x_1, t) = [A \sin(kx_1) + B \cos(kx_1)]e^{j\omega t} \quad (2.4.11),$$

kde „k“ můžeme vyjádřit

$$k = \frac{2\pi f}{v} \quad (2.4.12)$$

Při použití okrajových podmínek na koncích tyčinky získáme řešení pro konstanty  $A$  a  $B$ .

1. okrajová podmínka:

$$x_1 = 0 \quad T_1 = 0$$

$$\frac{1}{s_{11}^E} [Ak \cos(k \cdot 0) - Bk \sin(k \cdot 0)]e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \frac{U}{2a} e^{j\omega t} = 0$$

$$Ak - d_{31} \frac{U}{2a} = 0$$

$$A = \frac{d_{31}U}{2ka} \quad (2.4.13)$$

2. okrajová podmínka:

$$x_1 = 2l \quad T_1 = 0$$

$$\frac{1}{s_{11}^E} [Ak \cos(2kl) - Bk \sin(2kl)]e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \frac{U}{2a} e^{j\omega t} = 0$$

$$B = \frac{-Ud_{31}}{ka} \frac{\sin(kl)}{\cos(kl)} \quad (2.4.14)$$

Pro výpočet impedance rezonátoru (2.4.19) použijeme do rovnice pro elektrickou indukci  $D_3$  (2.4.1), dosadíme vztah pro mechanické napětí  $T_1$  (2.4.6) a elektrickou intenzitu

$$\begin{aligned}
D_3 &= d_{31} \left( \frac{1}{s_{11}^E} u_{1,1} - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3 \right) + \epsilon_{33}^T E_3 = \\
&= \frac{d_{31}}{s_{11}^E} u_{1,1} + \left( \epsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 = \frac{d_{31}}{s_{11}^E} u_{1,1} + \epsilon_{33}^S E_3
\end{aligned} \tag{2.4.15}$$

$$\text{kde } \epsilon_{33}^S = \epsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} = \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \tag{2.4.16}$$

přičemž  $k_{31}$  je koeficient elektromechanické vazby a  $\epsilon_{33}^S$  je složka tenzoru piezoelektrického modulu.

Integrací náboje na elektrodách vyjádříme posuvný proud

$$I_p = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{2w} \int_0^{2l} D_3 dx_1 dx_2, \tag{2.4.17}$$

integrujeme posuvný proud  $I_p$  s dosazením  $u_1(x_1, t)$  a  $D_3$  získáme vztah

$$\begin{aligned}
I_p &= j\omega \iint \left( \frac{d_{31}}{s_{11}^E} u_{1,1} + \epsilon_{33}^S \frac{U}{2a} \right) e^{j\omega t} dx_1 dx_2 = \\
&= j\omega e^{j\omega t} \left\{ \epsilon_{33}^S \frac{2l2w}{2a} U + \frac{d_{31}2w}{s_{11}^E} \left( A |\sin kx_1|_0^{2l} + B |\cos kx_1|_0^{2l} \right) \right\} = \\
&= j\omega e^{j\omega t} 2U \left( \epsilon_{33}^S \frac{lw}{a} + \frac{wd_{31}^2 \operatorname{tg}(kl)}{s_{11}^E ak} \right)
\end{aligned} \tag{2.4.18}$$

Impedanci získáme podílem napětí a posuvného proudu (2.4.18)

$$\begin{aligned}
Z &= \frac{U}{I_p} = -\frac{j}{\omega} \left( \epsilon_{33}^S \frac{2wl}{a} + \frac{2d_{31}^2 \operatorname{tg}(kl)w}{s_{11}^E ak} \right)^{-1} = \\
&= -\frac{j a}{2\omega w l \epsilon_{33}^T} \left( 1 - k_{31}^2 + k_{31}^2 \frac{\operatorname{tg}(kl)}{kl} \right)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.4.19}$$

Při rezonanční frekvenci se jalová složka impedance - reaktance - blíží nule. Tento případ nastane při

$$k_r l = \frac{\pi}{2}, \quad (2.4.20)$$

index "r" značí index pro rezonanci a kde

$$k_r = \frac{2\pi f_r}{v} \quad (2.4.21)$$

a rychlost šíření vlny je označena "v", můžeme ji vyjádřit podle (2.4.10).

Z úprav rovnic (2.4.10), (2.4.20) a (2.4.21) získáme rovnici rezonanční frekvence pro podélně rozpínavé kmity

$$f_r = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E}}, \quad (2.4.22)$$

z níž lze odvodit vztah pro výpočet elastického koeficientu  $s_{11}^E$

$$s_{11}^E = \frac{1}{16\rho l^2 f_r^2}, \quad (2.4.23)$$

přičemž budeme předpokládat, že hodnoty l a  $\rho$  jsou teplotně nezávislé.

Při antirezonanční frekvenci je situace opačná - impedance se blíží k nekonečnu. Jestliže vztah pro impedanci (2.4.19) upravíme pomocí vztahu (2.4.16), získáme

$$1 + \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} \frac{1}{k_a l} \operatorname{tg}(k_a l) = 0 \quad (2.4.24),$$

po použití výrazu

$$k_a = \frac{f_a k_r}{f_r} \quad (2.4.25)$$

kde index "a" značí antirezonanci, řešením výrazů (2.4.24) a (2.4.25) je pak

$$\frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} = \frac{\pi f_a}{2 f_r} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi f_a - f_r}{2 f_r}\right) \quad (2.4.26).$$

Z rovnice (1.5.28) můžeme vyjádřit piezoelektrický koeficient  $d_{31}$

$$d_{31} = \sqrt{\epsilon_{33}^T s_{11}^E k_{31}^2} \quad (2.4.27)$$

Pro výpočet statické permitivity  $\epsilon_{33}^T$  byl použit výraz:

$$\epsilon_{33}^T = C \frac{a}{2\epsilon_0 l w} \quad (2.4.28)$$

### 3. Teplotní závislost rezonančního kmitočtu

#### 3.1 Vyjádření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu

Velmi důležitým parametrem je teplotní závislost rezonanční frekvence [3], jenž je různá pro odlišné keramické materiály a je nelineární. Závislost rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru na teplotě bývá vyjádřena prvními členy mocninné řady

$$\frac{f_r - f_{r0}}{f_{r0}} = \frac{\Delta f_r}{f_{r0}} = \sum_{n=1}^3 TK(f_r^{(n)}) (\Theta - \Theta_0)^n, \quad (3.1.1)$$

kde  $TK(f_r^{(n)})$  je teplotní součinitel kmitočtu  $n$ -tého řádu

$$TK(f_r^{(n)}) = \frac{1}{n! f_{r0}} \left( \frac{\partial^n f_r}{\partial \Theta^n} \right)_{\Theta = \Theta_0}, \quad (3.1.2)$$

$f_r$  je rezonanční kmitočet rezonátoru při teplotě  $\Theta$  a  $f_{r0}$  je rezonanční kmitočet rezonátoru při teplotě  $\Theta_0$ , v jejímž okolí teplotní závislost rezonančního kmitočtu aproximuje a k níž se i vztahují koeficienty  $TK(f_r^{(n)})$ .

K výpočtu teplotního koeficientu vypočteme parciální derivaci, která představuje přírůstek rezonanční frekvence s teplotou,

$$\frac{\partial f_r}{\partial \Theta} = -f_r \left( \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial \Theta} \right) - \frac{1}{2} f_r \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \Theta} \right) - \frac{1}{2} f_r \left( \frac{1}{s_{11}^E} \frac{\partial s_{11}^E}{\partial \Theta} \right) \quad (3.1.3)$$

přičemž teplotní koeficient délky, hustoty a elastického koeficientu lze vyjádřit vztahy (3.1.4), (3.1.5), (3.1.6), z nichž získáme rovnici (3.1.7).

$$TK(l) = \frac{1}{l} \left( \frac{\partial l}{\partial \Theta} \right)_{\Theta = \Theta_0} \quad (3.1.4)$$

$$TK(\rho) = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \Theta} \right)_{\Theta = \Theta_0} \quad (3.1.5)$$

$$TK(s_{11}^E) = \frac{1}{s_{11}^E} \left( \frac{\partial s_{11}^E}{\partial \Theta} \right)_{\Theta = \Theta_0} \quad (3.1.6)$$

tedy

$$TK(f_r) = -TK(l) - \frac{1}{2}TK(\rho) - \frac{1}{2}TK(s_{11}^E) \quad (3.1.7)$$

Hustotu prvku můžeme určit z rozměrů  $l, w, a$

$$\rho = \frac{m}{2l \, 2w \, 2a} \quad (3.1.8).$$

a její teplotní součinitel (rozměry  $l, w$  jsou kolmé na polarizaci, rozměr  $a$  je rovnoběžný s polarizací)

$$TK(\rho) = -TK(l) - TK(w) - TK(a) = -2\alpha_{11} - \alpha_{33} \quad (3.1.9)$$

Dosazením do rovnice (3.1.7) dostaneme vztah, ze kterého lze odvodit teplotní koeficient elastického koeficientu (3.1.11)

$$TK(f_r) = -\alpha_{11} - \frac{1}{2}(-2\alpha_{11} - \alpha_{33}) - \frac{1}{2}TK(s_{11}^E) \quad (3.1.10)$$

$$TK(s_{11}^E) = \alpha_{33} - 2TK(f_r) \quad (3.1.11)$$

## 4. Měření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu

### 4.1 Měření parametrů PZT rezonátorů

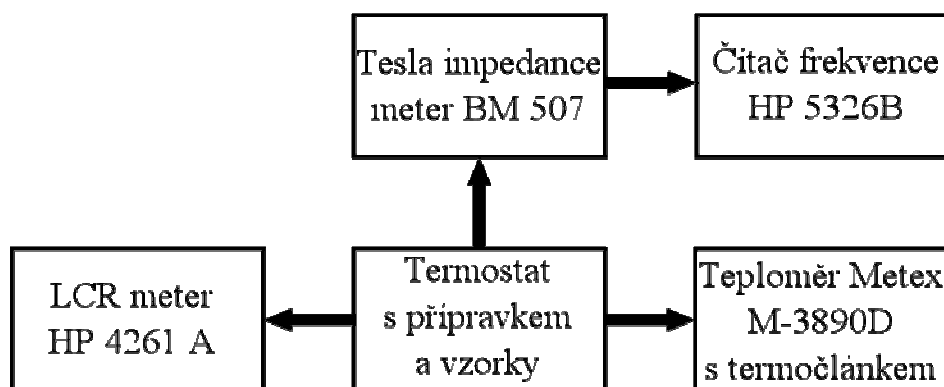
Pro měření bylo použito šest vzorků keramiky PZT, u nichž byla změřena délka, šířka a výška. Tyto hodnoty jsou uvedeny v tabulce na obrázku 4.1

vzorek PZT	2l [mm]	2w [mm]	2a [mm]	Tc [°C]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$s_{11}^E$ [10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N]	k <sub>31</sub> [1]
č. 1 (APC840)	15,00	4,05	1,00	325	7600	11,8	0,35
č. 2 (APC841)	15,00	4,05	1,00	320	7600	11,7	0,33
č. 3 (APC880)	15,00	4,00	1,00	310	7600	10,8	0,30
č. 4 (APC850)	15,10	4,05	1,00	360	7700	15,3	0,36
č. 5 (APC850)	15,00	4,00	1,00	360	7700	15,3	0,36
č. 6 (APC856)	15,00	4,00	1,00	150	7500	15,0	0,36

Obr. 4.1 - tabulka s rozměry a některými vlastnostmi [4] udanými výrobcem měřených rezonátorů.

Všech šest vzorků bylo měřeno dle schématu zapojení na obrázku 4.2. V termostatu byl umístěn přípravek, vždy s dvěma prvky rezonátorů z PZT keramiky, pomocí něhož se měnila teplota. Termočlánek byl umístěn mezi rezonátory a snímal teplotu, která byla zobrazována na multimetru Metex M-3890D. Se stoupající teplotou byla měřena kapacita rezonátorů a to při frekvenci 1 kHz pomocí LCR metru HP4261A. Minimální impedance a nulová fáze rezonátorů byla nastavována prostřednictvím Tesla Impedance meter BM507 a frekvence při níž docházelo k rezonanci popř. antirezonanci byla odečítána z timer-counter DVM HP 5326B.

U PZT rezonátorů se v intervalu od 20 °C do 70 °C nejčastěji po 5 °C měřila rezonanční a antirezonanční frekvence a to pomocí dvou metod: nulové fáze a minimální, popř. maximální hodnoty impedance. Zaznamenávána byla již zmíněná kapacita a také impedance při frekvenci 1 kHz.



Obr. 4.2 – schéma zapojení

## 4.2 Naměřené a vypočtené hodnoty

Údaje o naměřených a vypočtených hodnotách jsou uvedeny v příloze A. Na obrázcích 4.3 vidíme rezonanční a na obrázcích 4.4 antirezonanční frekvenční závislosti jednotlivých typů keramik.

Z naměřených hodnot kapacity jsem vypočetla podle vzorce pro statickou permitivitu (2.4.28) jednotlivých rezonátorů a v závislosti na stoupající teplotu vynesla do grafů (obrázky 4.5). Permitivita vyjadřuje míru schopnosti dielektrika se polarizovat. Na grafu je zřejmé, že keramiky typu APC840, APC841 a APC880 patří mezi tvrdé a tak tato míra je u nich nejnižší. Schopnost se polarizovat u keramiky měkké APC850 je větší než u tvrdé. U obou dvou typů je tato závislost na teplotě takřka lineární. U velmi měkké keramiky, zastoupenou APC856, je závislost permitivity na teplotě nejvyšší. Tato závislost je dobře aproximovatelná exponenciální funkcí.

Cílem měření je stanovení teplotního koeficientu prvního řádu elastické konstanty  $TK(s_{11}^E)$ , který je definován vztahem (3.1.11). Z hodnot uvedených v [9] vyplývá, že délkové roztažnosti  $\alpha_{33}$  pro měkké keramiky (Morgan Matroc, PZT-5A) se v rozmezí teplot 0 °C až 100°C mění od  $1,5 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$  až do  $5,8 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$  a od  $1,5 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$  až do  $6,0 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$  pro tvrdé keramiky (Morgan Matroc, PZT-4). Vzhledem k tomu, že jsou tedy délkové roztažnosti  $\alpha_{33}$  v našem teplotním rozpětí o 3 řády menší než očekávané teplotní koeficienty  $TK(f_r)$ , zanedbáme je.

Pro získání hodnot teplotních koeficientů  $TK(f_r)$ , jsem vynesla do grafu závislosti rezonančních frekvencí na teplotě a proložila je lineárně metodou nejmenších čtverců. Z analytického vyjádření přímky jsem vypočetla  $TK(f_r)$  pomocí

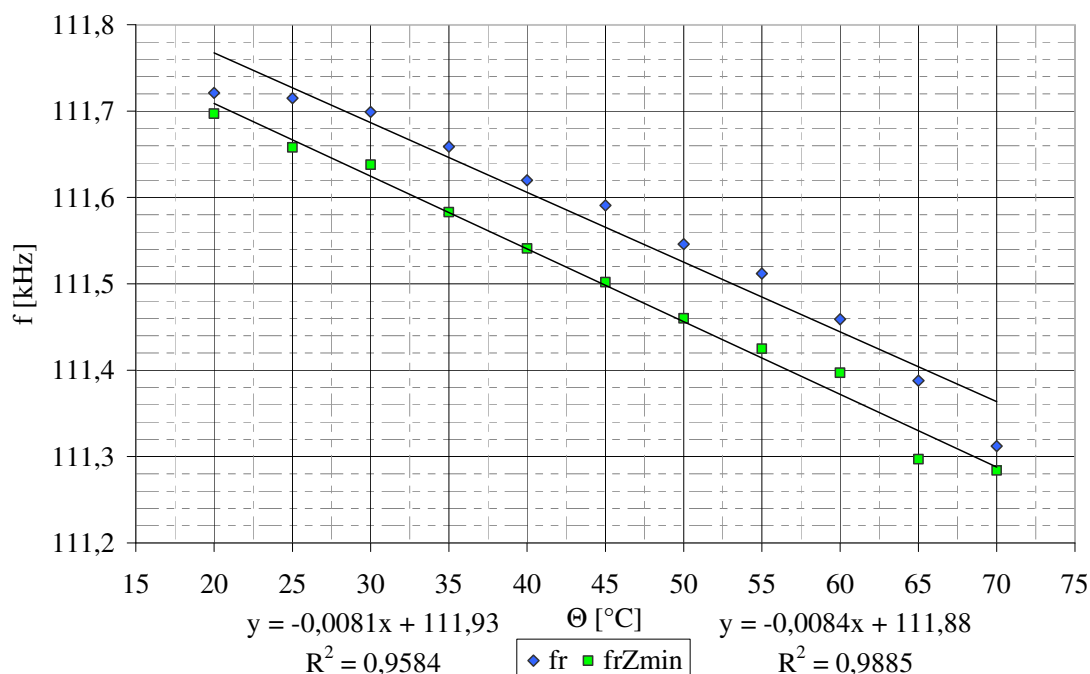
$$TK(f_r) = \frac{-f_r(\Theta_n^{\circ C}) + f_r(70^{\circ C})}{f_r\left(\frac{70^{\circ C} - \Theta_n^{\circ C}}{2} + \Theta_n^{\circ C}\right)} \quad (4.2.1),$$

přičemž „ $\Theta_n$ “ značí nejnižší teplotu, při které byla závislost rezonanční frekvence měřena. Stejným postupem jsem získala hodnoty teplotních koeficientů antirezonanční frekvence, koeficientu elektromechanické vazby a v neposlední řadě elastického koeficientu  $s_{11}^E$ . Závislost elastického koeficientu  $s_{11}^E$  na teplotě jsem získala použitím vztahu (2.4.23).

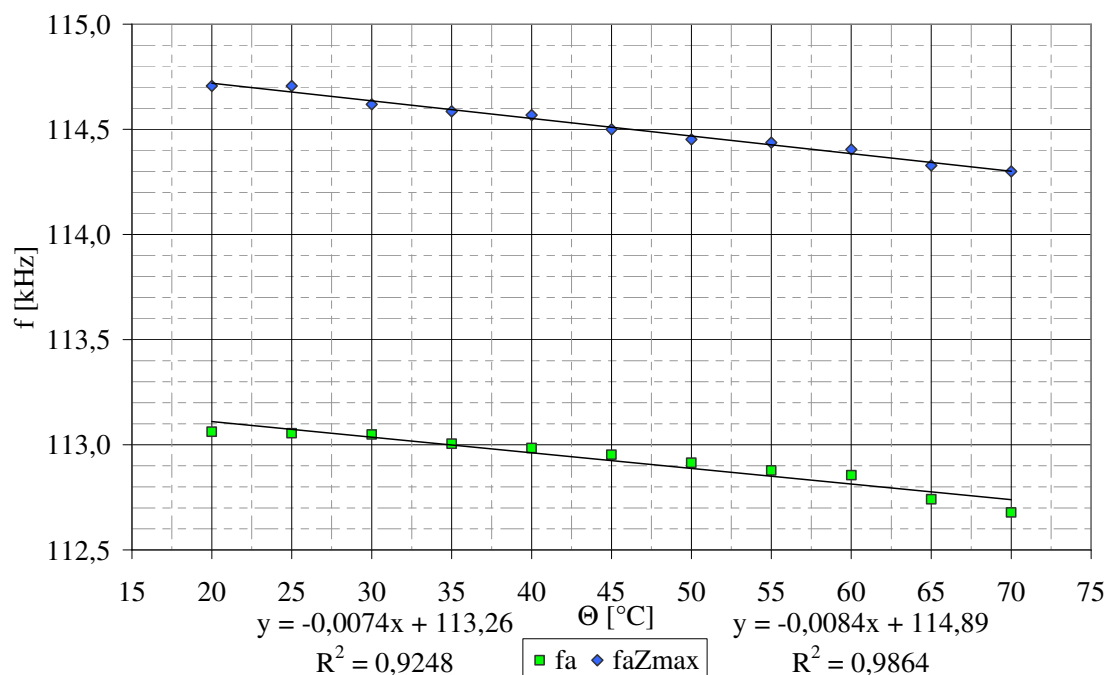
Hodnota elastického koeficientu  $s_{11}^E$  byla získána tudíž dvakrát. Jednou ze vztahu (3.1.11), podruhé ze vztahu (2.4.23), vytvořením grafu závislosti elastického koeficientu



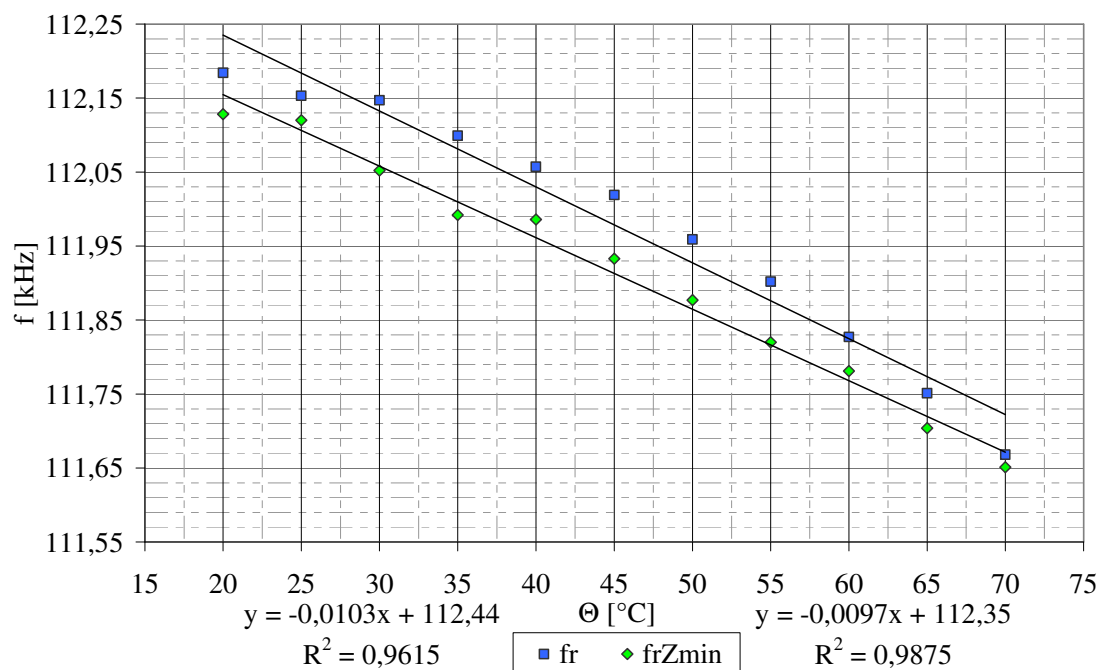
$s_{11}^E$  na teplotě a jeho lineárním proložením, kdy byl vypočten analytický tvar přímky. Využitím modifikovaného vztahu (4.2.1) byl opět získán  $TK(s_{11}^E)$ . Výše zmíněné teplotní koeficienty jsou zapsány do tabulky na obrázcích 4.6.



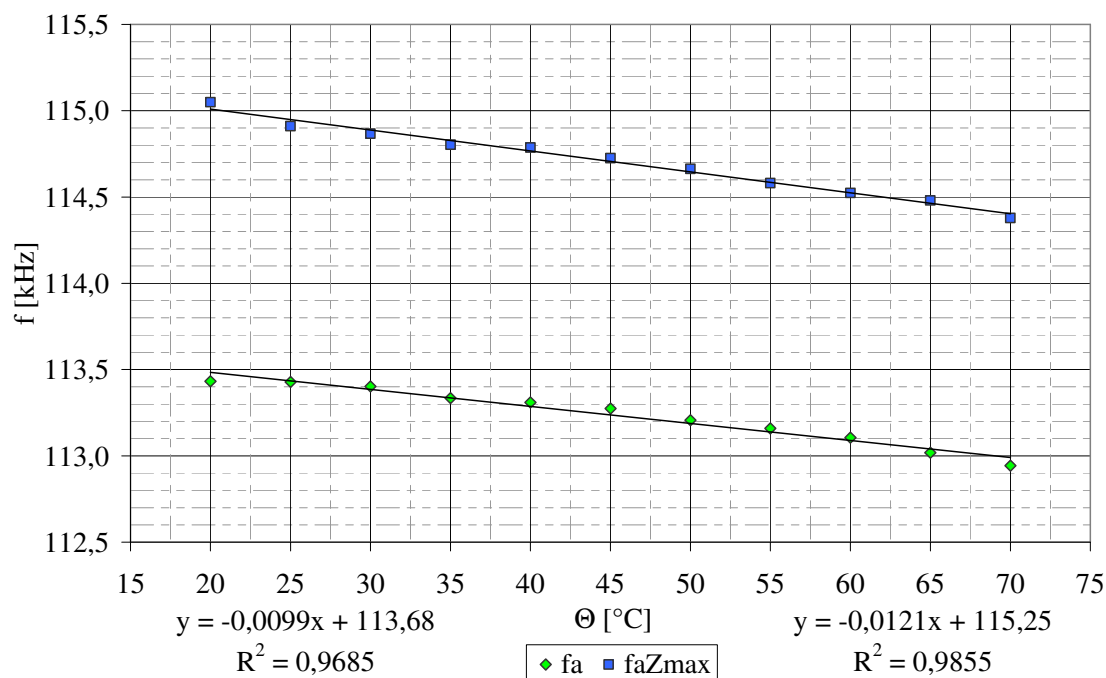
Obrázek 4.3.a – závislost rezonanční frekvence tvrdé keramiky, vzorku č. 1 (APC840), na teplotě



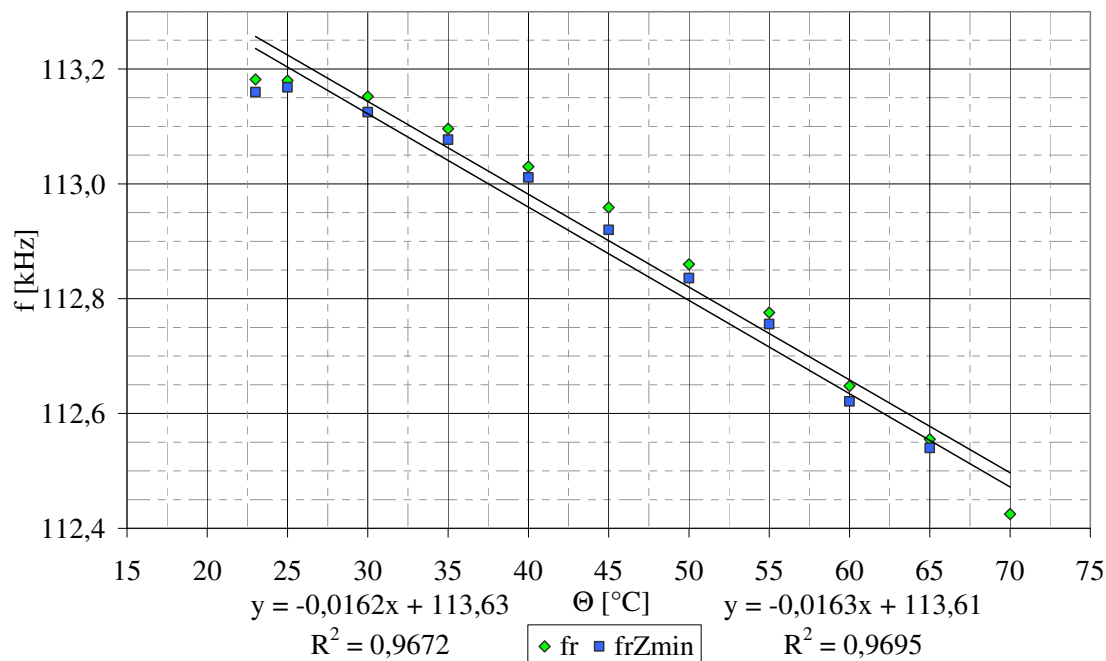
Obrázek 4.4.a – závislost antirezonanční frekvence tvrdé keramiky, vzorku č. 1 (APC840), na teplotě



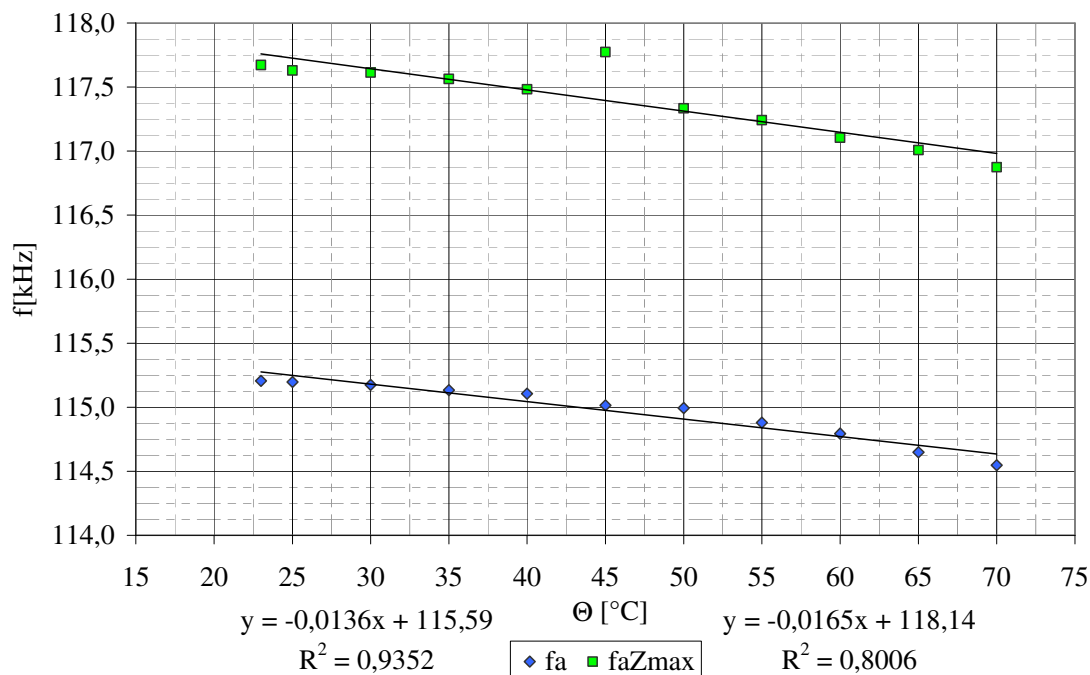
Obrázek 4.3.b - závislost rezonanční frekvence tvrdé keramiky, vzorku č. 2 (APC841), na teplotě



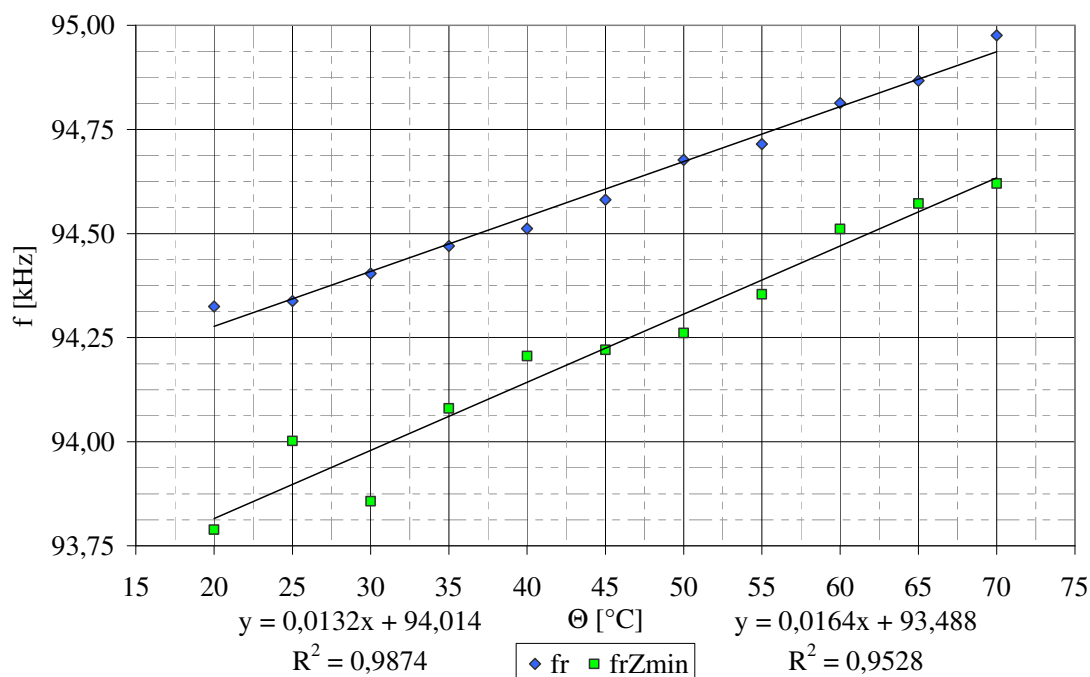
Obrázek 4.4.b - závislost antirezonanční frekvence tvrdé keramiky, vzorku č. 2 (APC841), na teplotě



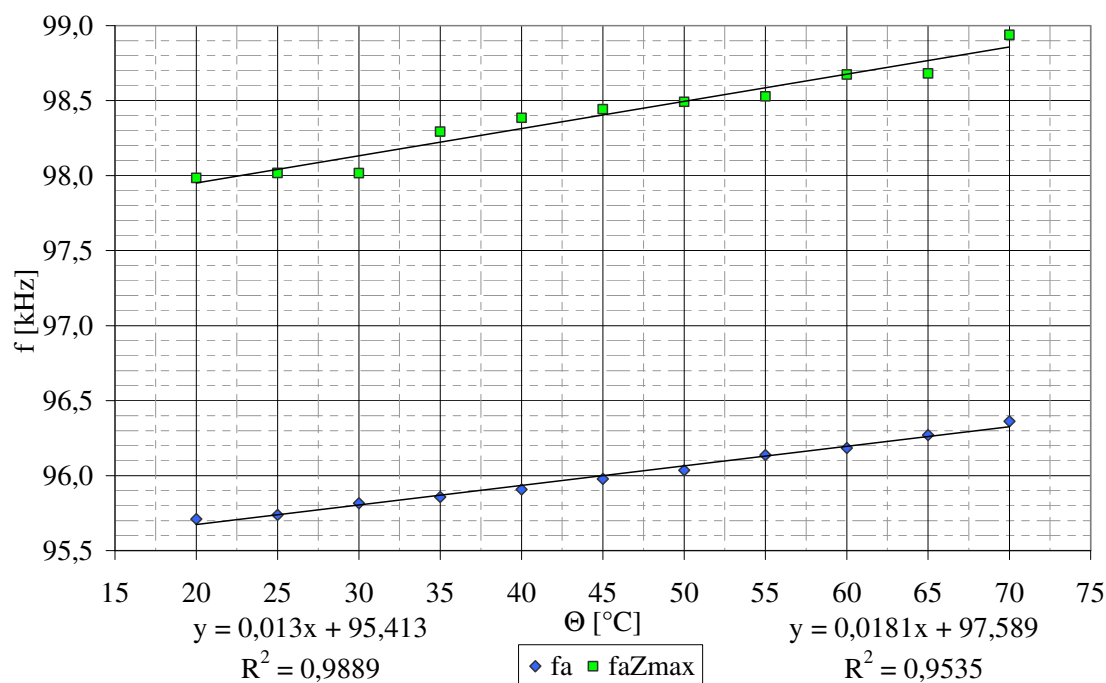
Obrázek 4.3.c - závislost rezonanční frekvence tvrdé keramiky, vzorku č. 3 (APC880), na teplotě



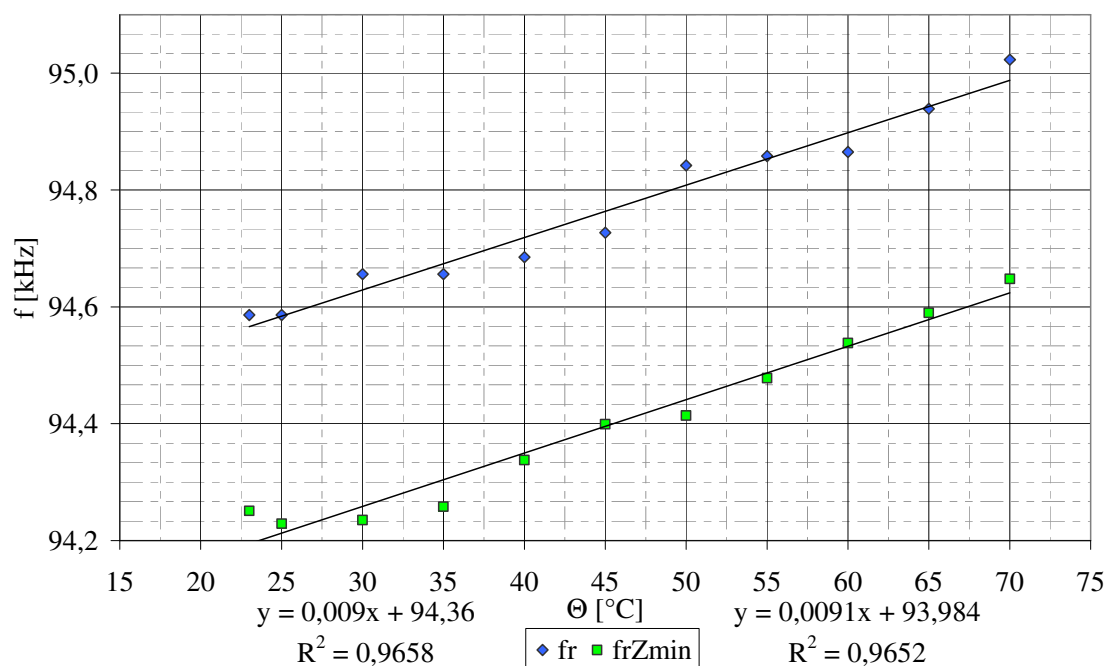
Obrázek 4.4.c - závislost antirezonanční frekvence tvrdé keramiky, vzorku č. 3 (APC880), na teplotě



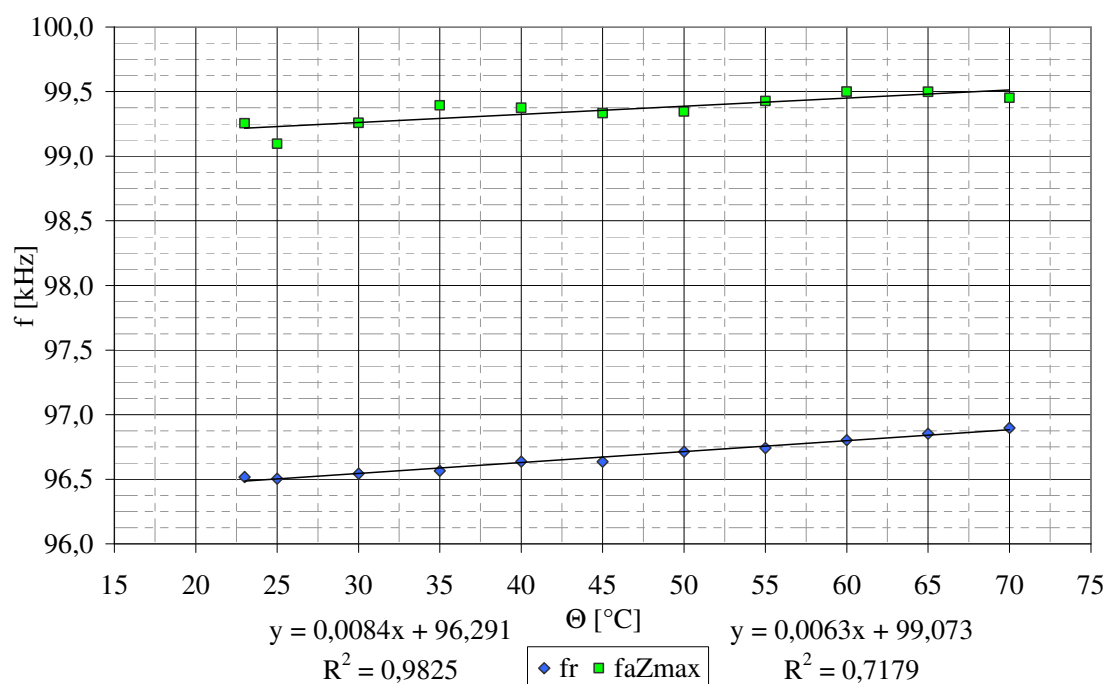
Obrázek 4.3.d - závislost rezonanční frekvence měkké keramiky, vzorku č. 4 (APC850), na teplotě



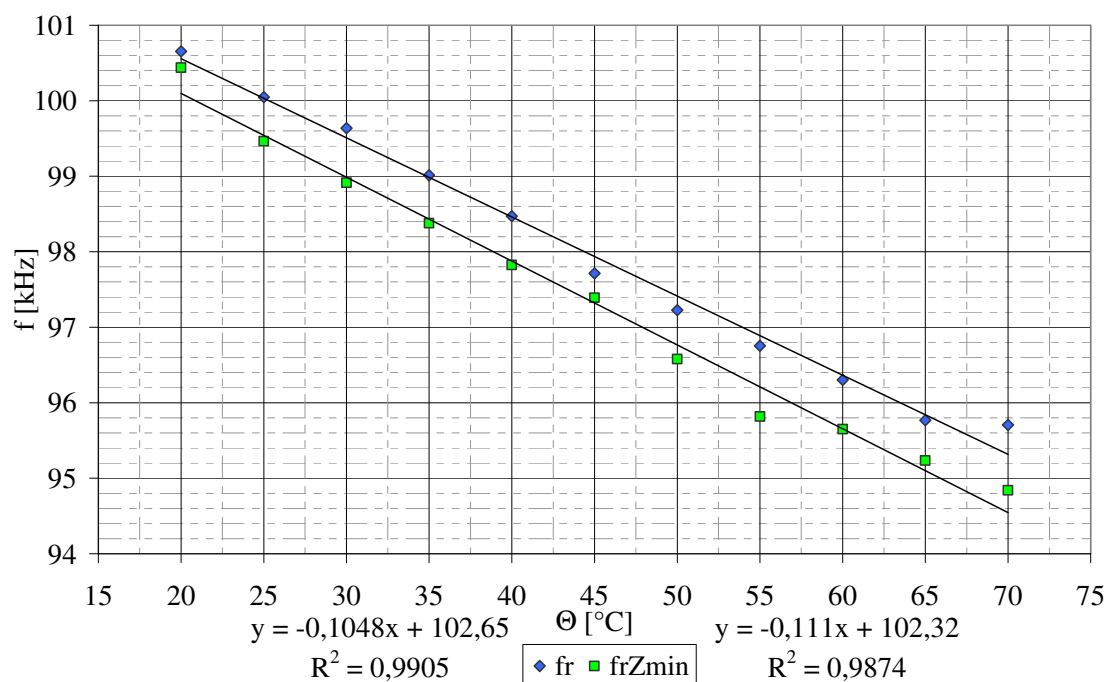
Obrázek 4.4.d - závislost antirezonanční frekvence měkké keramiky, vzorku č. 4 (APC850), na teplotě



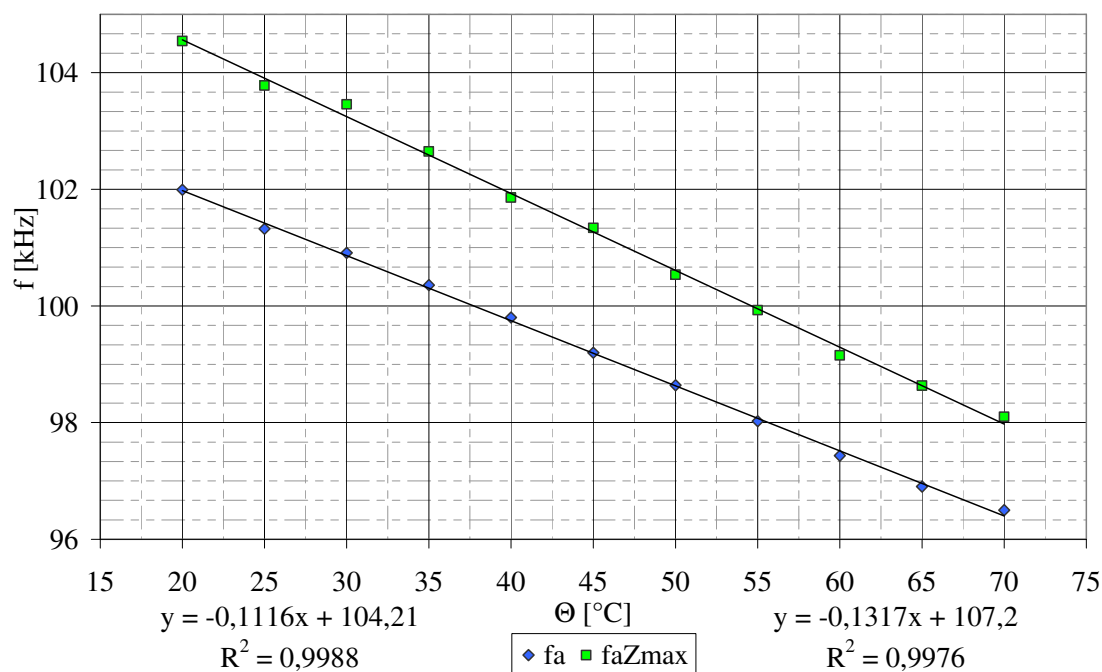
Obrázek 4.3.e- závislost rezonanční frekvence měkké keramiky, vzorku č. 5 (APC850), na teplotě



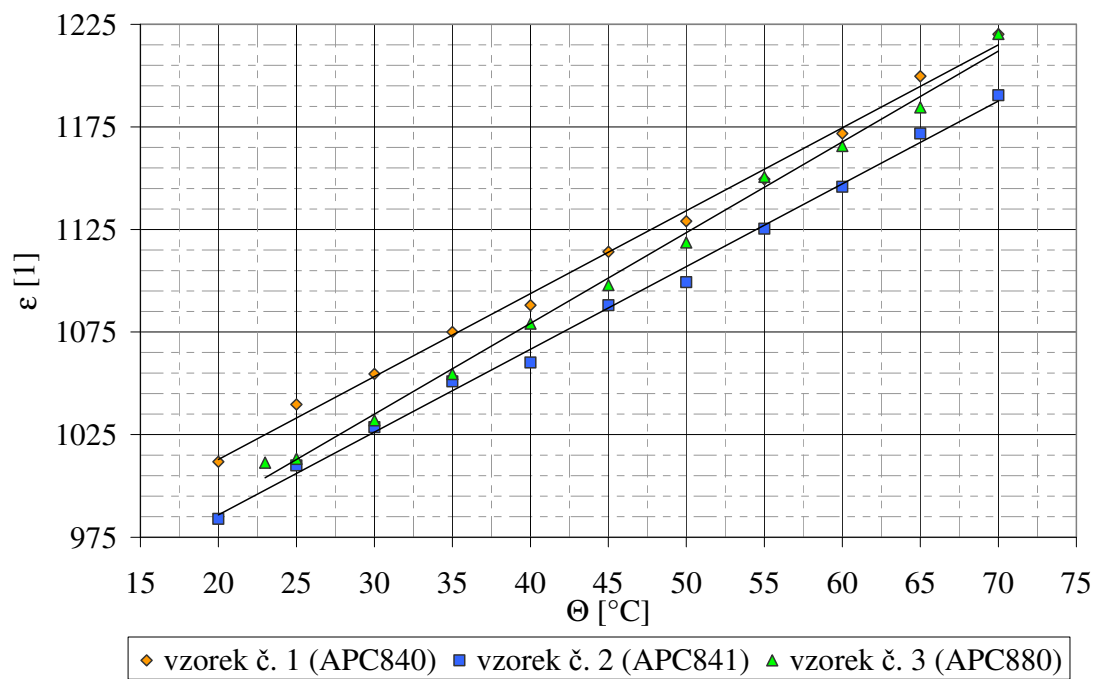
Obrázek 4.3.f - závislost antirezonanční frekvence měkké keramiky, vzorku č. 5 (APC850), na teplotě



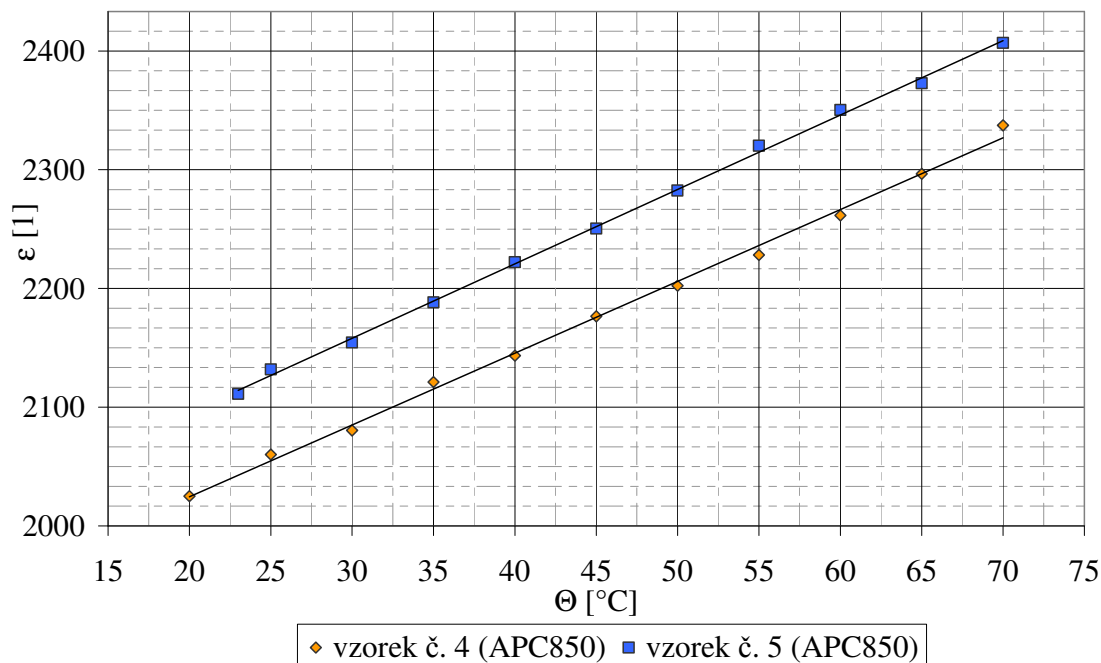
Obrázek 4.3.f - závislost rezonanční frekvence velmi měkké keramiky, vzorku č. 6 (APC856), na teplotě



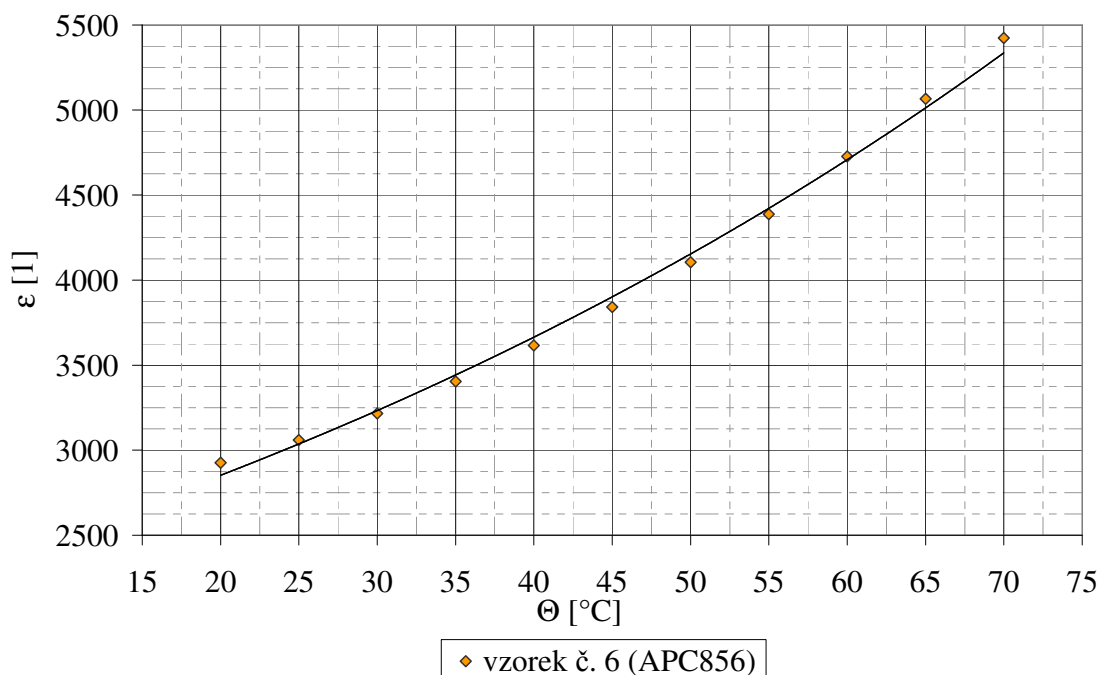
Obrázek 4.4.f - závislost antirezonanční frekvence velmi měkké keramiky, vzorku č. 6 (APC856), na teplotě



Obrázek 4.5.a – závislost statických permitivit tvrdých keramik na teplotě



Obrázek 4.5.b - závislost statických permitivit měkkých keramik na teplotě



Obrázek 4.5.c - závislost statické permitivity velmi měkké keramiky na teplotě

vzorek PZT	TK( $f_r$ ) $_{\phi}$	TK( $f_r$ ) $_Z$	TK( $f_a$ ) $_{\phi}$	TK( $f_a$ ) $_Z$	TK( $k_{31}$ ) $_{\phi}$	TK( $k_{31}$ ) $_Z$
č. 1 (APC840)	-3,413	-3,541	-3,276	-3,668	-5,6	-1,1
č. 2 (APC841)	-4,324	-4,074	-4,371	-5,274	-3,3	10,0
č. 3 (APC880)	-6,745	-6,789	-5,560	-6,607	-10,1	-1,0
č. 4 (APC850)	6,556	8,178	6,771	9,197	2,2	-4,4
č. 5 (APC850)	4,463	4,530	4,084	2,980	4,0	10,1
č. 6 (APC856)	-50,376	-53,696	-56,257	-65,022	44,4	66,7

Obr. 4.6.a – tabulka s vypočtenými hodnotami teplotních koeficientů frekvencí [ $10^{-3}K^{-1}$ ] a koeficientů elektromechanické vazby [ $10^{-5}K^{-1}$ ], kde index „ $\phi$ “ značí, že tato hodnota byla získána z hodnot nulových fází a index Z, že byl vypočten z hodnot impedancí

vzorek PZT	TK ( $s_{11}^E$ ) $_{\phi}$	TK ( $s_{11}^E$ ) $_Z$	TK ( $s_{11}^E$ ) $_{\phi}$	TK ( $s_{11}^E$ ) $_Z$
č. 1 (APC840)	6,826	7,082	7,237	7,652
č. 2 (APC841)	8,648	8,148	9,007	8,568
č. 3 (APC880)	13,490	13,578	13,516	13,512
č. 4 (APC850)	-13,112	-16,356	-19,150	-13,591
č. 5 (APC850)	-8,926	-9,060	-8,776	-8,999
č. 6 (APC856)	100,752	107,392	124,673	134,940

Obr. 4.6.b – v tabulce jsou hodnoty teplotních koeficientů elastických konstant  $s_{11}^E$  [ $10^{-3}K^{-1}$ ], v prvních dvou sloupcích vypočtené ze vztahu (3.1.11), ve zbývajících jsou hodnoty získané ze vztahu (2.4.23).



## 5. Diskuze a závěr

Měření prvků probíhalo většinou v teplotním rozsahu od 20 °C do 70 °C. Pro měkké i tvrdé keramiky jsou tyto hodnoty přibližně v polovině rozmezí bezpečných teplot. U velmi měkké PZT keramiky, vzorku č. 6 (APC880), se ale při teplotě 70 °C ocitneme již v blízkém okolí  $0,5 \cdot T_C$ , v němž by již mohlo začít docházet k částečné depolarizaci prvku nebo jiným nezvratným změnám. Tento fakt mohl ovlivnit průběhy všech závislostí. Tato skutečnost se projevila i u teplotní závislosti permitivity, která byla jako jediná spíše exponenciální; průběhy závislostí ostatních vzorků (č. 1 až č. 5) byly téměř lineární. Graf, který zobrazuje průběhy závislostí permitivit všech materiálů, je součástí přílohy B.

U tvrdých keramik byl pozorován rozestup rezonančních frekvencí měřených metodou nulové fáze nebo minima impedance v řádech 10 Hz, u zbylých keramik pak v řádech 100 Hz. Rozestup antirezonančních frekvencí měřených při nulové fázi a antirezonančních frekvencí měřených pomocí maxima impedance se nacházel mezi 1,53 kHz (vzorek č. 2, tvrdá keramika APC841) až 2,82 kHz (vzorek č. 5, měkká keramika APC850).

Průběhy frekvenčních závislostí na teplotě jsou skoro lineární; s jakou směrnici, záleží vždy na typu materiálu – u tvrdých i velmi měkkých keramik rezonanční i antirezonanční frekvence s teplotou klesá, u měkkých keramik (vzorky číslo 4 a 5, oba APC850) s teplotou vzrůstá. V tabulce na obrázku 5.1 je uvedeno o kolik procent se jednotlivé rezonanční a antirezonanční frekvence odchýlily poslední naměřenou hodnotou od první. Je zřejmé, že vzorek č. 6, který se nachází na hranici bezpečných teplot, je tímto silně ovlivněn a proto jsou u něj poklesy frekvencí nejznatelnější – o řád vyšší než u ostatních vzorků.

vzorek	$f_{r\varphi}$ [kHz]	pokles $f_{r\varphi}$ [%]	$f_{rZ}$ [kHz]	pokles $f_{rZ}$ [%]	$f_{a\varphi}$ [kHz]	pokles $f_{a\varphi}$ [%]	$f_{aZ}$ [kHz]	pokles $f_{aZ}$ [%]
č. 1 (APC840)	111,72	0,37	111,697	0,37	113,062	0,34	114,706	0,35
č. 2 (APC841)	112,18	0,46	112,128	0,43	113,432	0,43	115,049	0,58
č. 3 (APC880)	113,18	0,67	113,160	0,67	115,206	0,57	117,672	0,68
č. 4 (APC850)	94,325	-0,69	93,789	-0,89	95,711	-0,68	97,985	-0,97
č. 5 (APC850)	94,586	-0,46	94,251	-0,42	96,517	-0,39	99,255	-0,20
č. 6 (APC856)	100,65	4,92	100,438	5,57	101,991	5,38	104,541	6,16

Obr. č. 5.1 - tabulka s naměřenými hodnotami frekvencí při teplotě 20 °C a procentuálním vyjádřením poklesů z této teploty na teplotu 70 °C

vzorek	$\Delta TK(s_{11}^E)_\varphi$	$\Delta TK(s_{11}^E)_Z$
č. 1 APC840	0,411	0,570
č. 2 APC841	0,359	0,420
č. 3 APC880	0,026	0,066
č. 4 APC850	6,038	2,765
č. 5 APC850	0,150	0,061
č. 6 APC856	23,921	27,548

Obr. č. 5.2 – tabulka s rozdíly vypočtenými teplotními koeficienty elastické konstanty  $s_{11}^E$   $\Delta TK(s_{11}^E)[10^{-5}K^{-1}]$

V tabulce na obrázku č. 5.2 jsou uvedeny rozdíly teplotních koeficientů elastické konstanty  $s_{11}^E$  získanými různými výpočty (viz 3.1.11 a 2.4.23). Grafy závislostí elastického koeficientu  $s_{11}^E$  a koeficientu elektromechanické vazby jsou součástí přílohy B. Naměřené hodnoty elastické konstanty  $s_{11}^E$  odpovídají údajům,

které jim přiřadil výrobce (viz tabulka obr. č. 4.1), až na menší nepřesnosti u vzorků č. 3 a č. 5 (odchylky cca 5 %). Vzorek č. 6, se v okolí  $T_c/2$  lišil o téměř 10 %. Vypočtený teplotní koeficient  $TK(s_{11}^E)$  se řádově shoduje s uvedenými údaji [9], kdy hodnota pro neuvedený typ PZT keramiky  $TK(s_{11}^E)$  dosahovala  $4 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ .

Hodnoty koeficientu elektromechanické vazby  $k_{31}$ , vypočtené z naměřených hodnot pomocí vyhledávání maxima a minima impedance, lépe odpovídají parametru  $k_{31}$  uváděnému výrobcem, ale těchto hodnot většinou nedosahují, řádově se však shodují. Naměřené údaje se mezi sebou podstatně liší v závislosti na metodě (nulové fáze nebo minima impedance), kterou byly měřeny (tvrdé keramiky o cca 30 %, měkké přibližně o 45 % a velmi měkké o téměř 50 %). Z grafu v příloze B je vidět, že závislost  $k_{31}$  je v tomto teplotním rozsahu téměř neměnná (až na vzorek č. 6, kde je díky  $T_c/2$  závislost koeficientu elektromechanické vazby znatelnější). Druhé největší nepřesnosti se projevíly pro hodnoty vzorku č. 5, kdy naměřené hodnoty byly blízké polovině hodnot udávaných výrobcem. Elektromechanický koeficient  $k_{31}$  na teplotě skoro nezávisí, periodicky kolísá. Lineární proložení není příhodné, ale díky němu je možné vypočíst teplotní koeficient  $k_{31}$ . Analytické vyjádření přímky aproximující závislost elektromechanického koeficientu  $k_{31}$  pak ale není zdaleka tak přesné jako u předchozích proložení jiných závislostí. Podstatně lépe je závislost koeficientu  $k_{31}$  na teplotě aproximovatelná polynomem vyššího řádu. Získané teplotní koeficienty  $TK(k_{31})$  se díky mnoha nepřesnostem při výpočtu (např. výše zmíněným lineárním proložením nebo chybami naměřených hodnot, jenž byly použity pro výpočet elektromechanického koeficientu  $k_{31}$ ), liší navzájem nejen v řádech, ale u dvou vzorků i ve znaménku.

Uvedené poznatky pomohou při výběru typu keramiky do aplikací s požadavky (ne)závislosti frekvencí, koeficientu elektromechanické vazby  $k_{31}$  a elastických koeficientu  $s_{11}^E$  na teplotě.

## Příloha A

Index „ $\varphi$ “ označuje hodnoty, které byly naměřeny metodou nulové fáze a index „Z“ hodnoty naměřené metodou minimální či maximální impedance.

### Naměřené hodnoty

vzorek	$\Theta$ [°C]	$f_{r\varphi}$ [kHz]	$f_{a\varphi}$ [kHz]	$f_{rZ}$ [kHz]	$f_{aZ}$ [kHz]	C [pF]	$\epsilon$ [1]
č. 1 APC840	20	111,721	113,062	111,697	114,706	544	1012
	25	111,715	113,055	111,658	114,706	559	1040
	30	111,699	113,049	111,638	114,619	567	1055
	35	111,659	113,005	111,583	114,586	578	1075
	40	111,620	112,984	111,541	114,568	585	1088
	45	111,591	112,953	111,502	114,500	599	1114
	50	111,546	112,914	111,460	114,452	607	1129
	55	111,512	112,878	111,425	114,437	618	1149
	60	111,459	112,855	111,397	114,404	630	1172
	65	111,388	112,741	111,297	114,328	645	1200
	70	111,312	112,678	111,284	114,300	656	1220
	70	111,312	112,678	111,284	114,300	656	1220
č. 2 APC841	20	112,184	113,432	112,128	115,049	529	984
	25	112,153	113,428	112,120	114,911	543	1010
	30	112,147	113,402	112,052	114,867	553	1029
	35	112,099	113,335	111,992	114,803	565	1051
	40	112,057	113,309	111,986	114,787	570	1060
	45	112,019	113,275	111,933	114,725	585	1088
	50	111,959	113,207	111,877	114,663	591	1099
	55	111,902	113,159	111,820	114,580	605	1125
	60	111,827	113,105	111,781	114,524	616	1146
	65	111,751	113,018	111,704	114,480	630	1172
	70	111,668	112,943	111,651	114,379	640	1190
	70	111,668	112,943	111,651	114,379	640	1190
č. 3 APC880	23	113,182	115,206	113,160	117,672	537	1011
	25	113,180	115,197	113,168	117,630	538	1013
	30	113,152	115,175	113,125	117,613	548	1032
	35	113,096	115,134	113,077	117,564	560	1055
	40	113,030	115,106	113,011	117,482	573	1079
	45	112,959	115,014	112,920	117,773	583	1098
	50	112,860	114,994	112,836	117,334	594	1119
	55	112,776	114,879	112,756	117,242	611	1151
	60	112,648	114,794	112,621	117,105	619	1166
	65	112,555	114,648	112,540	117,007	629	1185
	70	112,425	114,547	112,398	116,874	648	1220
	70	112,425	114,547	112,398	116,874	648	1220

vzorek	$\Theta$ [°C]	$f_{r\phi}$ [kHz]	$f_{a\phi}$ [kHz]	$f_{rZ}$ [kHz]	$f_{aZ}$ [kHz]	C [pF]	$\varepsilon$ [1]
č. 4 APC850	20	94,325	95,711	93,789	97,985	1096	2025
	25	94,338	95,739	94,002	98,017	1115	2060
	30	94,404	95,816	93,857	98,016	1126	2080
	35	94,470	95,858	94,080	98,293	1148	2121
	40	94,512	95,908	94,206	98,385	1160	2143
	45	94,581	95,978	94,221	98,443	1178	2177
	50	94,677	96,036	94,261	98,492	1192	2202
	55	94,715	96,138	94,354	98,528	1206	2228
	60	94,813	96,184	94,511	98,674	1224	2262
	65	94,867	96,270	94,572	98,681	1243	2297
	70	94,976	96,362	94,620	98,939	1265	2337
č. 5 APC850	23	94,586	96,517	94,251	99,255	1121	2111
	25	94,586	96,504	94,229	99,097	1132	2132
	30	94,656	96,543	94,235	99,259	1144	2154
	35	94,656	96,566	94,258	99,394	1162	2188
	40	94,685	96,637	94,338	99,375	1180	2222
	45	94,727	96,636	94,399	99,334	1195	2250
	50	94,842	96,714	94,414	99,345	1212	2282
	55	94,858	96,742	94,478	99,428	1232	2320
	60	94,865	96,803	94,538	99,500	1248	2350
	65	94,939	96,852	94,590	99,498	1260	2373
	70	95,023	96,897	94,648	99,452	1278	2407
č. 6 APC856	20	100,654	101,991	100,438	104,541	1554	2927
	25	100,048	101,323	99,463	103,780	1625	3060
	30	99,636	100,909	98,915	103,456	1708	3217
	35	99,013	100,358	98,380	102,650	1808	3405
	40	98,472	99,804	97,826	101,858	1920	3616
	45	97,714	99,198	97,391	101,339	2040	3842
	50	97,228	98,641	96,579	100,536	2180	4105
	55	96,752	98,023	95,817	99,929	2330	4388
	60	96,302	97,433	95,650	99,153	2510	4727
	65	95,769	96,903	95,235	98,634	2690	5066
	70	95,705	96,501	94,841	98,101	2880	5424

### Vypočtené hodnoty

vzorek	$\Theta$ [°C]	$k_{31\varphi}$ [1]	$k_{31Z}$ [1]	$TK(k_{31})_{\varphi}$ [10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(k_{31})_Z$ [10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_r)_{\varphi}$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_r)_Z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_a)_{\varphi}$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_a)_Z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
č. 1 APC840	20	0,171	0,253	-5,600	-1,100	-3,413	-3,541	-3,276	-3,668
	25	0,171	0,254						
	30	0,171	0,252						
	35	0,171	0,253						
	40	0,172	0,254						
	45	0,172	0,253						
	50	0,172	0,252						
	55	0,172	0,253						
	60	0,174	0,253						
	65	0,172	0,254						
	70	0,172	0,254						
č. 2 APC841	20	0,164	0,249	-3,300	10,000	-4,324	-4,074	-4,371	-5,274
	25	0,166	0,243						
	30	0,165	0,244						
	35	0,164	0,244						
	40	0,165	0,244						
	45	0,165	0,244						
	50	0,165	0,243						
	55	0,165	0,242						
	60	0,167	0,242						
	65	0,166	0,243						
	70	0,166	0,241						
č. 3 APC880	23	0,207	0,305	-10,100	-1,000	-6,745	-6,789	-5,560	-6,607
	25	0,207	0,303						
	30	0,207	0,304						
	35	0,208	0,304						
	40	0,210	0,304						
	45	0,209	0,316						
	50	0,213	0,305						
	55	0,212	0,305						
	60	0,214	0,305						
	65	0,211	0,304						
	70	0,213	0,305						

vzorek	$\Theta$ [°C]	$k_{31\phi}$ [1]	$k_{31Z}$ [1]	$TK(k_{31})_{\phi}$ [10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(k_{31})_Z$ [10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_r)_{\phi}$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_r)_Z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_a)_{\phi}$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(f_a)_Z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
č. 4 APC850	20	0,188	0,322	2,200	-4,400	6,556	8,178	6,771	9,197
	25	0,189	0,315						
	30	0,190	0,320						
	35	0,188	0,322						
	40	0,189	0,321						
	45	0,189	0,322						
	50	0,186	0,322						
	55	0,190	0,320						
	60	0,187	0,319						
	65	0,189	0,317						
	70	0,188	0,325						
č. 5 APC850	23	0,221	0,349	4,000	10,100	4,463	4,530	4,084	2,980
	25	0,220	0,344						
	30	0,219	0,349						
	35	0,220	0,353						
	40	0,222	0,349						
	45	0,220	0,346						
	50	0,218	0,346						
	55	0,218	0,346						
	60	0,221	0,347						
	65	0,220	0,345						
	70	0,217	0,341						
č. 6 APC856	20	0,179	0,308	44,400	66,700	-50,376	-53,696	-56,257	-65,022
	25	0,176	0,317						
	30	0,176	0,326						
	35	0,181	0,317						
	40	0,181	0,310						
	45	0,191	0,307						
	50	0,187	0,309						
	55	0,178	0,316						
	60	0,169	0,293						
	65	0,169	0,289						
	70	0,142	0,284						

Ve dvou sloupcích vlevo jsou hodnoty  $TK(s_{11}^E)$  vypočtené ze vztahu 3.1.11.

Hodnoty  $TK(s_{11}^E)$  v posledních dvou sloupcích jsou získané modifikací vztahu 2.4.23.

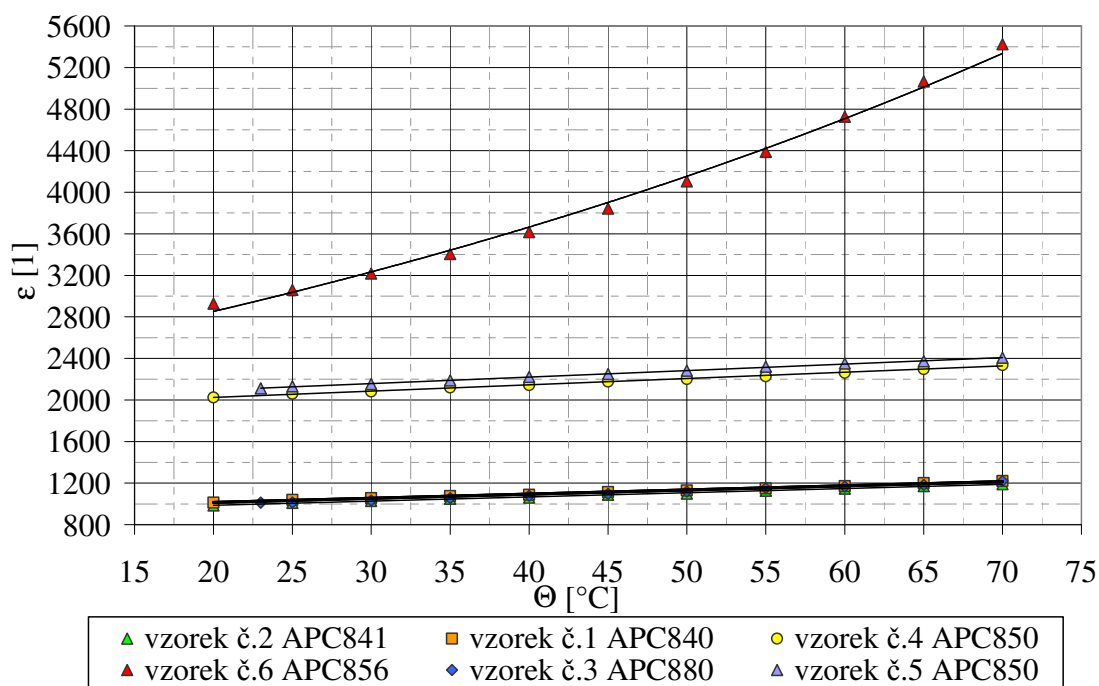
Analytické vyjádření přímky, nutné pro vztah 2.4.23, bylo odvozeno z grafu hodnot v prostředních sloupcích.

vzorek	$\Theta$ [°C]	$TK(s_{11}^E)_\varphi$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(s_{11}^E)_z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$s_{11\varphi}^E$ [10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N]	$s_{11z}^E$ [10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N]	$TK(s_{11}^E)_\varphi$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(s_{11}^E)_z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
č. 1 APC840	20	6,826	7,082	11,71	11,72	7,237	7,652
	25			11,71	11,73		
	30			11,72	11,73		
	35			11,73	11,74		
	40			11,73	11,75		
	45			11,74	11,76		
	50			11,75	11,77		
	55			11,76	11,78		
	60			11,77	11,78		
	65			11,78	11,80		
	70			11,80	11,81		
č. 2 APC841	20	8,648	8,148	11,62	11,63	9,007	8,568
	25			11,62	11,63		
	30			11,62	11,64		
	35			11,63	11,66		
	40			11,64	11,66		
	45			11,65	11,67		
	50			11,66	11,68		
	55			11,68	11,69		
	60			11,69	11,70		
	65			11,71	11,72		
	70			11,72	11,73		
č. 3 APC880	23	13,490	13,578	11,41	11,42	13,516	13,512
	25			11,41	11,42		
	30			11,42	11,42		
	35			11,43	11,43		
	40			11,44	11,45		
	45			11,46	11,47		
	50			11,48	11,48		
	55			11,50	11,50		
	60			11,52	11,53		
	65			11,54	11,54		
	70			11,57	11,57		

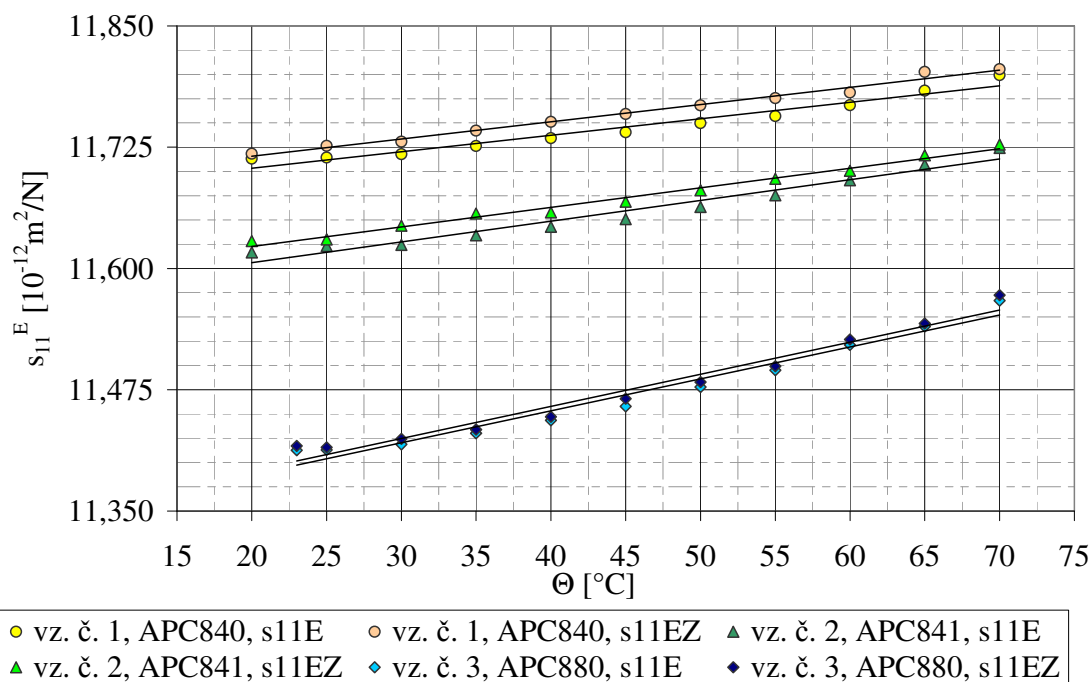
vzorek	$\Theta$ [°C]	$TK(s_{11}^E)_\phi$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(s_{11}^E)_z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$s_{11\phi}^E$ [10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N]	$s_{11z}^E$ [10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N]	$TK(s_{11}^E)_\phi$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]	$TK(s_{11}^E)_z$ [10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
č. 4 APC850	20	-13,112	-16,356	16,19	15,54	-19,15	-13,591
	25			16,00	15,54		
	30			15,98	15,51		
	35			15,96	15,50		
	40			15,94	15,48		
	45			15,92	15,46		
	50			15,89	15,44		
	55			15,87	15,41		
	60			15,84	15,39		
	65			15,82	15,36		
	70			15,79	15,33		
č. 5 APC850	23	-8,926	-9,060	16,13	16,24	-8,776	-8,999
	25			16,13	16,25		
	30			16,11	16,25		
	35			16,11	16,24		
	40			16,10	16,21		
	45			16,08	16,19		
	50			16,04	16,19		
	55			16,04	16,17		
	60			16,03	16,15		
	65			16,01	16,13		
	70			15,98	16,11		
č. 6 APC856	20	100,752	107,392	14,62	14,69	124,673	134,94
	25			14,80	14,98		
	30			14,92	15,14		
	35			15,11	15,31		
	40			15,28	15,48		
	45			15,52	15,62		
	50			15,67	15,88		
	55			15,83	16,14		
	60			15,97	16,19		
	65			16,15	16,33		
	70			16,17	16,47		



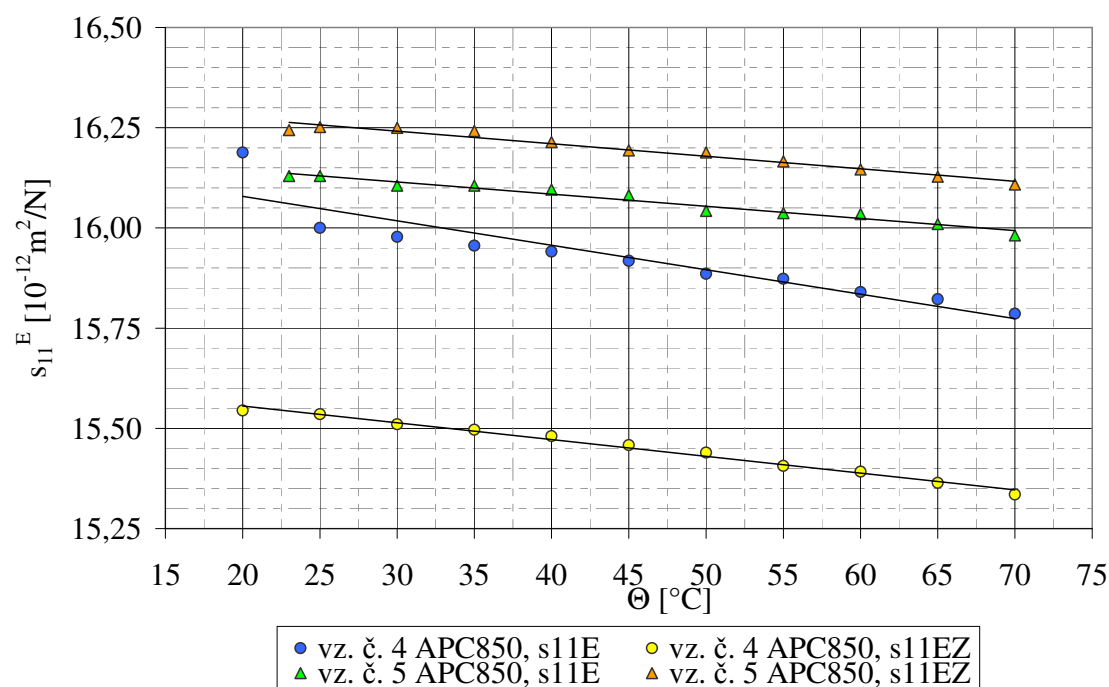
## Příloha B



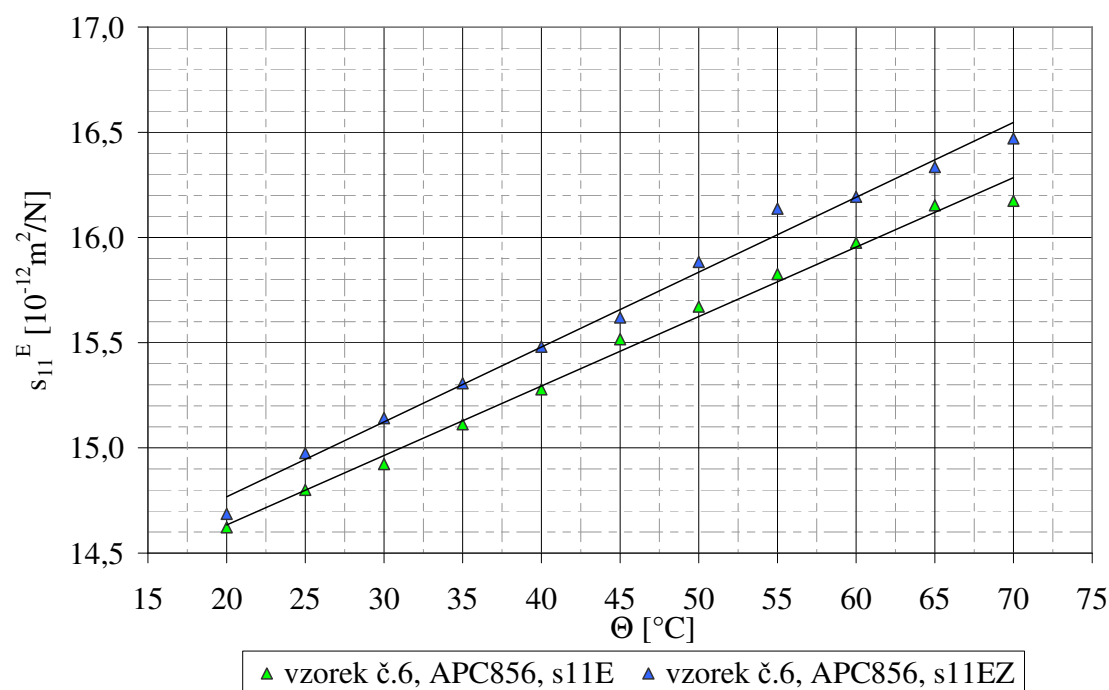
Závislost permitivit různých typů PZT keramik



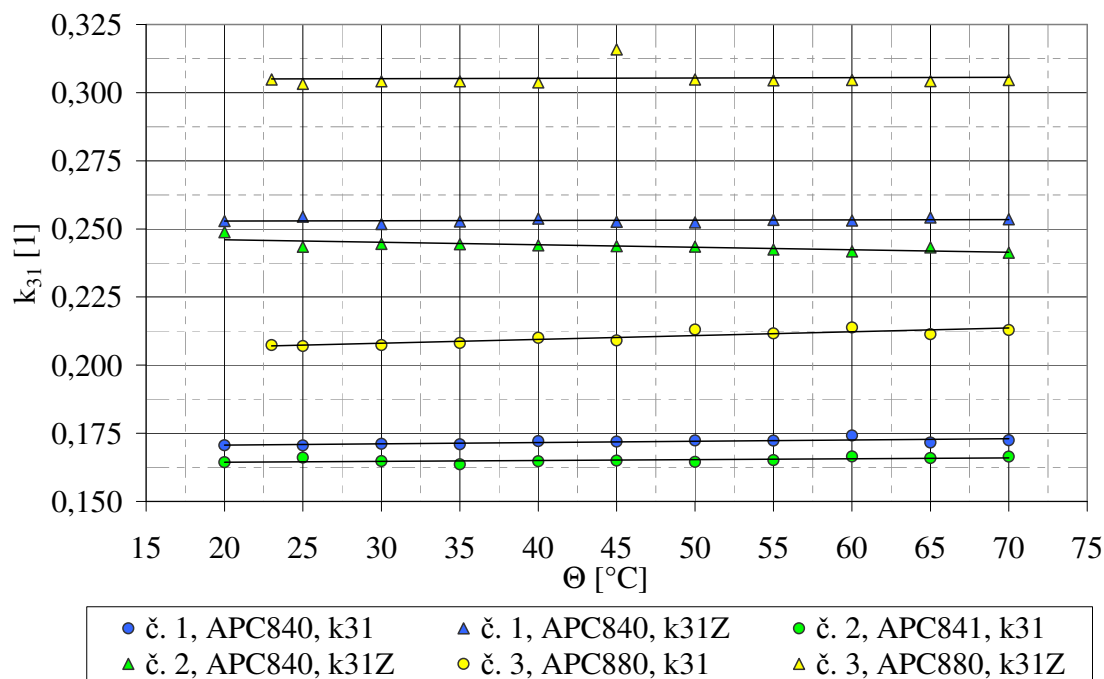
Závislost elastického koeficientu  $s_{11}^E$  tvrdé PZT keramiky na teplotě



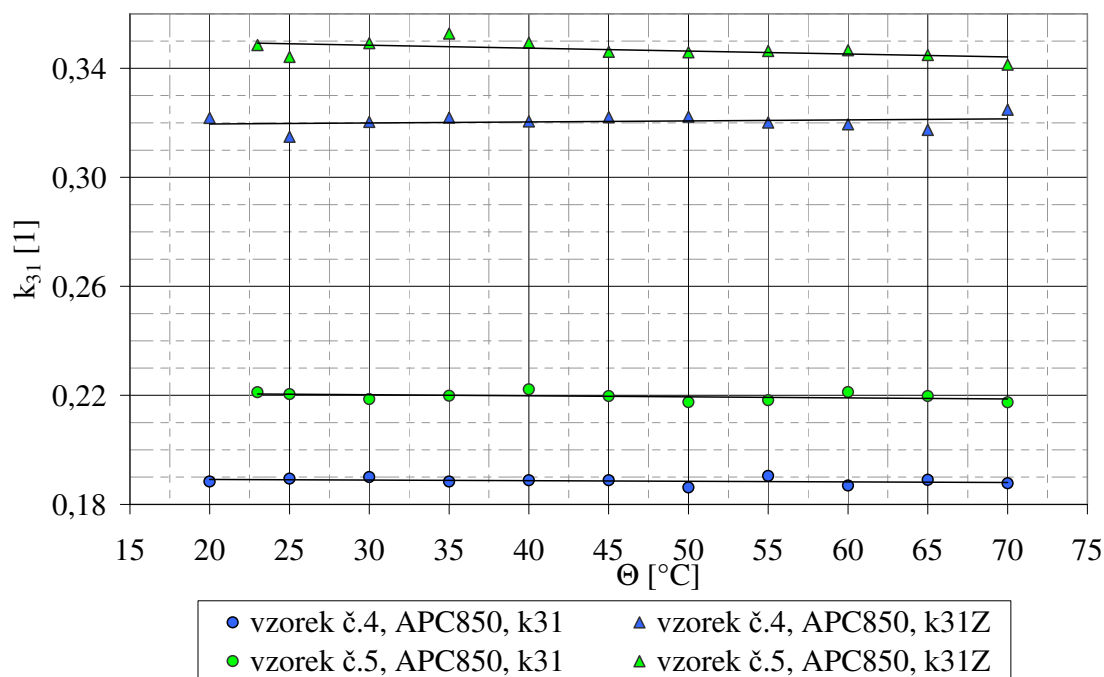
Závislost elastického koeficientu  $s_{11}^E$  měkké PZT keramiky na teplotě



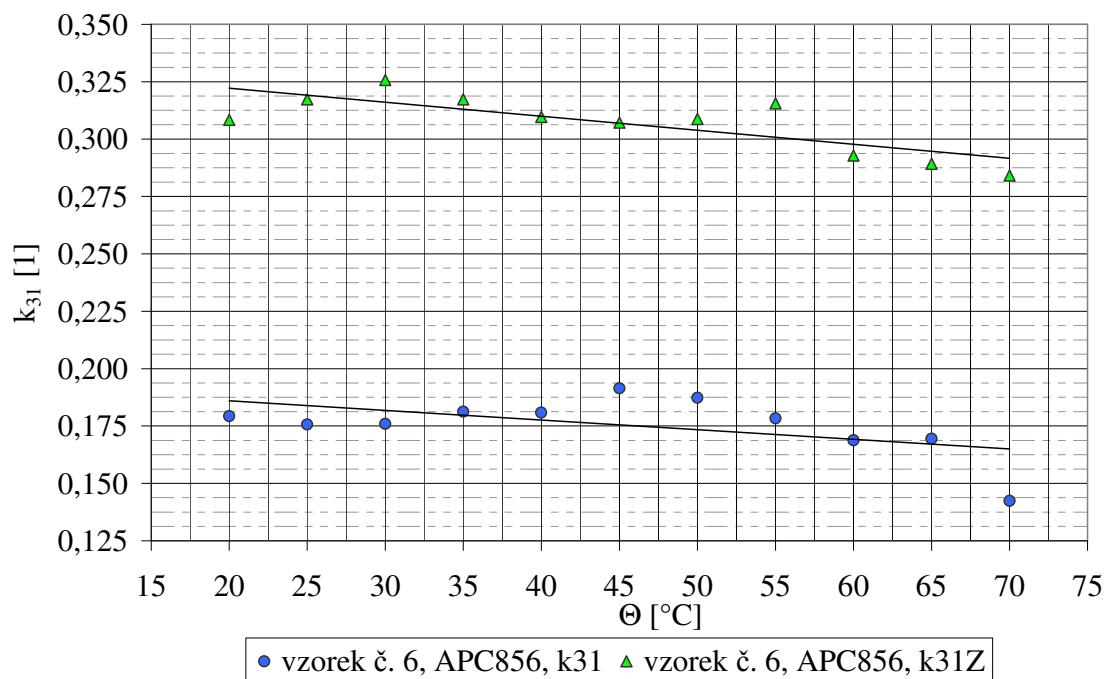
Závislost elastického koeficientu  $s_{11}^E$  měkké PZT keramiky na teplotě



Závislost elektromechanického koeficientu  $k_{31}$  tvrdé PZT keramiky na teplotě



Závislost elektromechanického koeficientu  $k_{31}$  měkké PZT keramiky na teplotě



Závislost elektromechanického koeficientu  $k_{31}$  velmi měkké PZT keramiky na teplotě

## Použitá literatura

- [1] <http://www.piezo.com>
- [2] APC International Ltd. *Piezoelectric ceramics : properties and applications*. J. W. Waanders. 1st edition. Eindhoven , 1991, 91 p.,  
<<http://www.americanpiezo.com> >
- [3] ZELENKA, Jiří. *Piezoelektrické rezonátory a jejich použití*. 1. vyd. Praha : ACADEMIA, 1983, 260 s.
- [4] ERHART, Jiří. *Piezoelektrické “chytré” materiály pro elektrotechniku, PZT keramika*. Elektro 11, 2002, stránky 4-7
- [5] <http://www.piceramic.de/>
- [6] HIRŠL, Jindřich a kol. *Keramická piezoelektrika : vlastnosti a technické použití*. Praha : [s.n.], 1970, 93 s.
- [7] *IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements on Piezoelectric Ceramics*, Proceedings IRE 14.S1, 1961, pages 1161-1169
- [8] Morgan Electro Ceramics. *Technical Publication TP-226 : Properties of Piezoelectricity Ceramics*. 12 p.  
<[www.morgan-electroceramics.com](http://www.morgan-electroceramics.com)>.
- [9] BOUDYŠ, Miroslav. *Relations between Temperature Coefficients of Permittivity and Elastic Compliances in PZT Ceramics near the Morphotropic Phase Boundary*. c1991. 569 s. IEEE Trans. UFFC 38, 6. 1991, pages 569-571